

Exercice 1 Moyenne, écart-type

Rappel des formules pour calculer la variance V d'une série statistique.

Il existe deux formules pour calculer la variance ...

L'une à partir de la définition : $V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{i=p} f_i (x_i - \bar{x})^2$

L'autre à partir de la somme des carrés des valeurs : $V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{i=p} f_i x_i^2 - \bar{x}^2$

Énoncé :

On considère la série suivante :

Valeurs x_i	7	10	12	total	résultats
Effectifs n_i	3	5	2	10	XXXXXX
$n_i x_i$	21	50	24	$\sum_{i=1}^3 n_i x_i = 95$	$\bar{x} = \frac{95}{10} = 9,5$
$n_i x_i^2$	147	500	288	$\sum_{i=1}^3 n_i x_i^2 = 935$	$V = \frac{935}{10} - 9,5^2 = 3,25$
autre méthode pour la variance					$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{3,25} \approx 1,80$
$(x_i - \bar{x})^2$	6,25	0,25	6,25	XXXXXXXX	XXXXXXXX
$n_i (x_i - \bar{x})^2$	18,75	1,25	12,5	$\sum_{i=1}^3 n_i (x_i - \bar{x})^2 = 32,5$	$V = \frac{32,5}{10} = 3,25$

Calculez la moyenne, la variance et l'écart-type de cette série en **indiquant les calculs sur la copie**.
 (Si vous le désirez, vous pouvez utiliser les lignes et la colonne vierges pour préparer vos calculs)

Exercice 2 coût, recette, bénéfice, ... Comprendre (avant de faire des calculs au hasard)

Dans une entreprise, pour la production de q articles, le coût total en euros, noté $C(q)$ est donné par la relation : $C(q) = 2q^2 - 27q + 240$ avec $q \in [1 ; 25]$.

1) **Comment** calcule t-on le coût unitaire $U(q)$ lors de la production de q articles ?

puis, donner $U(q)$ en fonction de q .

$U(q) = \frac{C(q)}{q}$ (si q articles coûtent $C(q)$, un article coûte q fois moins).

$U(q) = \frac{2q^2 - 27q + 240}{q} = 2q - 27 + \frac{240}{q}$

L'entreprise a produit q articles et vendu tous ces articles.

Le bénéfice, noté $B(q)$ est donné en euros par la relation : $B(q) = -2q^2 + 52q - 240$.

2) **Comment** calcule t-on la recette $R(q)$ lors de la production de ces q articles ?

puis, donner $R(q)$ en fonction de q .

$$R(q) = B(q) + C(q) = (-2q^2 + 52q - 240) + (2q^2 - 27q + 240) = 25q$$

(En vendant chaque article 25€, la recette est égale à 25q € et,

$$\text{le bénéfice vaut : } 25q - (2q^2 - 27q + 240) = -2q^2 + 52q - 240)$$

Imaginez que vous êtes responsables d'une entreprise ...

Vous avez des coûts de production : $C(q)$

Vous faites des ventes pour avoir des recettes : $R(q)$

Vous voulez en tirer des bénéfices : $B(q)$

$$B(q) = R(q) - C(q)$$

ou encore :

$$R(q) = B(q) + C(q)$$

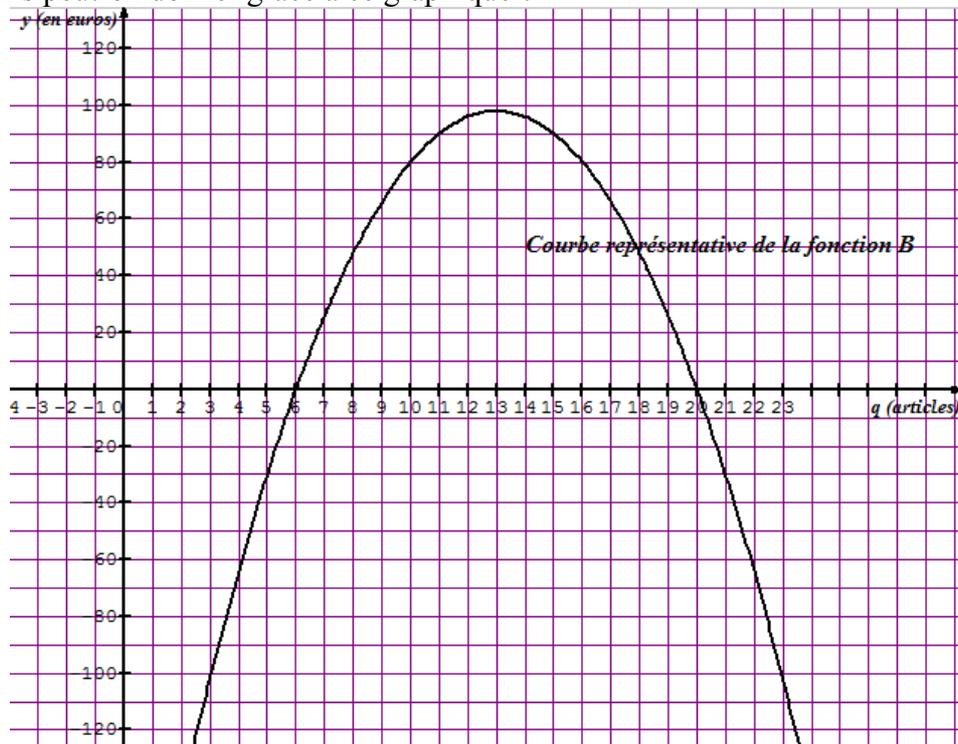
ou encore :

$$C(q) = R(q) - B(q)$$

Ce ne sont pas trois formules distinctes, mais, la compréhension des opérations usuelles

3) À l'aide d'un grapheur, on a représenté la fonction B .

Quelles informations peut-on donner grâce à ce graphique ?



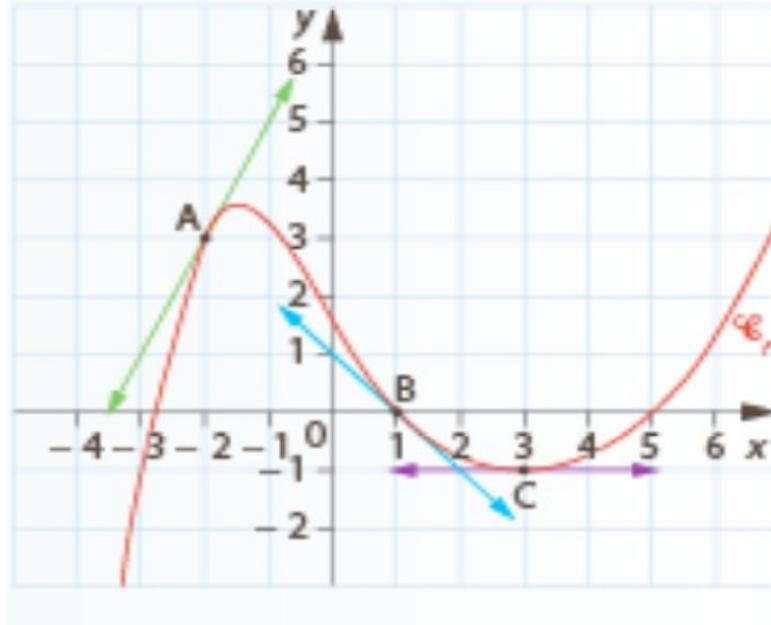
Le bénéfice maximal est atteint en produisant et en vendant 13 articles.

Ce bénéfice maximal est d'environ 100 €.

Pour faire un bénéfice, l'entreprise doit produire et vendre au moins 6 articles et au plus 20 articles, car, $B(q) \geq 0$ pour $q \in [6 ; 20]$

Exercice 3 Tangentes et nombre dérivé.

Une fonction f dérivable sur \mathbb{R} est représentée ci-dessous par la courbe \mathcal{C}_f .



Les droites fléchées indiquent les tangentes aux points A, B, C de \mathcal{C}_f .

1) **Par lecture graphique**, donnez

- $f(-2) = 3$ (point A) et $f'(-2) = 2$ (coefficient directeur de la tangente en A).
- $f(3) = -1$ (point C) et $f'(3) = 0$ (coefficient directeur de la tangente en C).
- $f(1) = 0$ (point B) et $f'(1) = -1$ (coefficient directeur de la tangente en B).

2) Déterminez une équation de la tangente au point B.

On a donc : pour tout point $M(x ; y)$ de cette tangente : $\frac{y - y_B}{x - x_B} = f'(1)$, soit : $\frac{y}{x - 1} = -1$, $y = -x + 1$

Si nécessaire : revoir tout ce qui concerne droites et fonctions affines dans le programme de seconde.