

## Index

<u>Analysez les calculs avant de vous lancer dans l'exécution de ce calcul:</u> .....	1
<u>Exercice 14 Reconnaissance d'écritures</u> .....	1
<u>Exercice 16 Développer, réduire, ordonner</u> .....	2
<u>Exercice 17 Réduire au même dénominateur et développer le numérateur</u> .....	3
<u>Exercice 22 Reconnaître la différence de deux carrés</u> .....	3
<u>Exercice 23 Factorisations</u> .....	4

### **Analysez les calculs avant de vous lancer dans l'exécution de ce calcul:**

#### ***Par exemple, en français,***

quand vous lisez une phrase, il ne suffit pas d'avoir les mots, il faut aussi comprendre la "syntaxe".

Pour comprendre la phrase, il faut connaître les mots, les symboles et comprendre comment ils sont agencés pour lui donner du sens.

Deux phrases avec les mêmes mots peuvent avoir des sens différents :

"Être beau de loin" et "Loin d'être beau".

" Le professeur dit: cet élève est bon " et " le professeur, dit cet élève, est bon "

#### ***De la même façon, en mathématiques,***

Lorsque l'on donne une expression comme  $2 + 3 \times 4$  à calculer, on doit nécessairement analyser syntaxiquement l'expression pour pouvoir faire le calcul. Si on le fait dans l'ordre  $2+3 = 5$  puis  $5 \times 4 = 20$ , ON SE TROMPE car la multiplication est "prioritaire".

Il faut analyser l'expression,  $2 + 3 \times 4$  est la somme des deux termes : le terme 2 et le terme  $3 \times 4$ .

Le terme  $3 \times 4$  est le produit de deux facteurs : le facteur 3 par le facteur 4.

Finalement, on fait:  $2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$ , car, on a reconnu " l'agencement " de la phrase mathématique et on a su lui donner tout son sens.

Les mêmes symboles agencés autrement donneront un autre sens.

Les parenthèses sont des symboles nécessaires pour exprimer cet agencement des calculs.

Pour écrire le produit de la somme de  $x$  et 3 par la somme de  $x$  et 5, on écrit:  $(x + 3) \times (x + 5)$ .

La phrase mathématique  $x + 3 \times (x + 5)$  a un autre sens: elle est l'écriture de la somme de  $x$  et du produit de 3 par la somme de  $x$  et 5.

### ***Exercice 14 Reconnaissance d'écritures***

Dans toutes les écritures  $A(x)$ ,  $B(x)$ ,  $C(x)$  et  $D(x)$ , les parenthèses (.) sont des "parenthèses de fonctions".

Ces parenthèses signifient que l'on calcule l'image de  $x$  par l'une des fonctions  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ .

**Distributivité:**  $k(a + b)$

Lorsqu'on multiplie une somme par un facteur.

On multiplie chaque terme de la somme par ce facteur.

Produit de plusieurs facteurs entre eux.

La multiplication est associative, c'est-à-dire  $a(bc) = (ab)c = abc$

Somme de plusieurs termes:

L'addition est associative, c'est-à-dire  $a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$

$$A(x) = 3(x - 1) + (x + 2) - 4x$$

*On distribue le facteur 3 (produit de la somme  $x - 1$  par le facteur 3)*

$$A(x) = 3x - 3 + x + 2 - 4x$$

*On peut enlever les parenthèses d'association de la somme  $(x + 2)$  car elles*

$$A(x) = -1$$

*sont précédées du signe +, puis, on réduit la somme*

$$B(x) = 2x(-x + 2) + (x^2 - 4)$$

*On distribue le facteur 2x (produit de la somme  $-x + 2$  par le facteur 2x)*

$$B(x) = -2x^2 + 4x + x^2 - 4$$

*On peut enlever les parenthèses d'association de la somme  $(x^2 - 4)$  car elles*

$$B(x) = -x^2 + 4x - 4$$

*sont précédées du signe +, puis, on réduit la somme*

$$C(x) = 3(-5x \times x) + 9x - 5(x + 4)$$

*Dans  $3(-5x \times x)$ , les parenthèses sont des parenthèses d'association d'un*

$$C(x) = 3(-5x^2) + 9x - 5x - 20$$

*produit. On multiplie entre eux les trois facteurs. Il n'y a pas de distributivité.*

$$C(x) = -15x^2 + 9x - 5x - 20$$

*Pour  $-5(x + 4)$ , on distribue le facteur  $(-5)$  sur chacun des termes de la*

$$C(x) = -15x^2 + 4x - 20$$

*somme  $(x + 4)$ . Enfin, on réduit la somme*

$$D(x) = 2(A(x) + B(x)) - 5x(2x - 3)$$

*On distribue le facteur 2 sur chaque terme de la somme  $(A(x) + B(x))$*

$$D(x) = 2A(x) + 2B(x) - 10x^2 + 15x$$

*et le facteur  $(-5x)$  sur chaque terme de la somme (algébrique)  $(2x - 3)$*

$$D(x) = 2 \times (-1) + 2(-x^2 + 4x - 4) - 10x^2 + 15x$$

*On remplace  $A(x)$  et  $B(x)$  par leurs expressions calculées*

$$D(x) = -2 - 2x^2 + 8x - 8 - 10x^2 + 15x$$

*auparavant. On distribue à nouveau le facteur 2 sur chacun des*

$$D(x) = -12x^2 + 23x - 10$$

*termes. On réduit ....*

Autre méthode pour  $D(x)$

$$D(x) = 2(A(x) + B(x)) - 5x(2x - 3)$$

*On remplace et réduit d'abord la somme  $A(x) + B(x)$*

$$D(x) = 2(-1 - x^2 + 4x - 4) - 5x(2x - 3)$$

*On distribue le facteur 2 sur chaque terme de la somme ....*

$$D(x) = 2(-x^2 + 4x - 5) - 5x(2x - 3)$$

*et le facteur  $(-5x)$  sur chaque terme de la somme...*

$$D(x) = -2x^2 + 8x - 10 - 10x^2 + 15x$$

*on réduit*

$$D(x) = -12x^2 + 23x - 10$$

[Retour sommaire](#)

### Exercice 16

### Développer, réduire, ordonner

$$A(x) = (x - 1)(-x + 2) + (2x + 1)^2$$

*attention aux signes. On multiplie chaque terme*

$$A(x) = -x^2 + 2x + x - 2 + 4x^2 + 4x + 1$$

*du facteur  $(x - 1)$  par chaque terme du facteur  $(-x + 2)$ .*

$$A(x) = 3x^2 + 7x - 1$$

$$B(x) = (x-3)^2 - 4x(x-1)$$

$$B(x) = x^2 - 6x + 9 - 4x^2 + 4x$$

$$B(x) = -3x^2 - 2x + 9$$

$$C(x) = (2x+5)^2 - (5x+2)(5x-2) - (1-x)(3+x) \quad \text{attention aux développements précédés du signe -}$$

$$C(x) = 4x^2 + 20x + 25 - (25x^2 - 4) - (3+x-3x-x^2) \quad \text{On retranche tout le développement ...}$$

$$C(x) = 4x^2 + 20x + 25 - 25x^2 + 4 - 3 - x + 3x + x^2$$

$$C(x) = -20x^2 + 22x + 26$$

[Retour sommaire](#)**Exercice 17****Réduire au même dénominateur et développer le numérateur**

$$A(x) = \frac{3x-1}{2} - \frac{2x-3}{4} + x - 1$$

Dénominateur commun: 4

$$A(x) = \frac{2(3x-1)}{4} - \frac{2x-3}{4} + \frac{4(x-1)}{4}$$

$$\frac{2x-3}{4} = (2x-3) \times \frac{1}{4} \text{ d'où les } ( ) \text{ ensuite ...}$$

$$A(x) = \frac{2(3x-1) - (2x-3) + 4(x-1)}{4}$$

$$A(x) = \frac{6x-2-2x+3+4x-4}{4}$$

$$A(x) = \frac{8x-3}{4}$$

$$B(x) = x(x-3) - \frac{x^2-x+2}{3} - 3(2x)$$

Dénominateur commun: 3

$$B(x) = \frac{3x(x-3)}{3} - \frac{x^2-x+2}{3} - \frac{3 \times 3(2x)}{3}$$

$$B(x) = \frac{3x^2-9x-(x^2-x+2)-18x}{3}$$

$$B(x) = \frac{2x^2-26x-2}{3}$$

[Retour sommaire](#)**Exercice 22****Reconnaître la différence de deux carrés****Reconnaître** : différence de deux carrés

Structure de la relation :  $(\text{Truc})^2 - (\text{Machin})^2$

On écrit : (Truc) et (Machin)

**Les ( . ) sont essentielles.**

on applique la relation :

$$(\text{Truc})^2 - (\text{Machin})^2 = [(\text{Truc}) + (\text{Machin})][(\text{Truc}) - (\text{Machin})]$$

En français,

la différence de deux nombres au carré est égale au produit de leur somme par la différence de ces nombres.

a)  $(x+1)^2 + 4$  est la somme de deux carrés.

b)  $(5x - 7)^2 - (x + 4)^2$  est la différence des carrés de  $(5x - 7)$  et de  $(x + 4)$

On a donc:

$$\begin{aligned}(5x - 7)^2 - (x + 4)^2 &= [(5x - 7) - (x + 4)] \times [(5x - 7) + (x + 4)] \\ &= (5x - 7 - x - 4)(5x - 7 + x + 4) \\ &= (4x - 11)(6x - 3) \\ &= 3(4x - 11)(2x - 1)\end{aligned}$$

c)  $4(x - 3)^2 - 9 = [2(x - 3)]^2 - 3^2$  est la différence des carrés de  $2(x - 3)$  et de 3

$$\begin{aligned}4(x - 3)^2 - 9 &= [2(x - 3)]^2 - 3^2 = [2(x - 3) - 3][2(x - 3) + 3] \\ &= (2x - 6 - 3)(2x - 6 + 3) \\ &= (2x - 9)(2x - 3)\end{aligned}$$

d)  $-(3x - 1)^2 + 25 = 25 - (3x - 1)^2 = 5^2 - (3x - 1)^2$

$$\begin{aligned}&= [5 - (3x - 1)][5 + (3x - 1)] \\ &= (6 - 3x)(4 + 3x) \\ &= 3(2 - x)(4 + 3x)\end{aligned}$$

e)  $9(x + 1)^2 + 25$  est la somme de deux carrés.

$$\begin{aligned}f) -(x - 3)^2 + 4(x + 1)^2 &= 4(x + 1)^2 - (x - 3)^2 \\ &= [2(x + 1) - (x - 3)][2(x + 1) + (x - 3)] \\ &= (x + 5)(3x - 1)\end{aligned}$$

[Retour sommaire](#)

### Exercice 23

### Factorisations

$$f(x) = (2x + 1)(2x + 3) - (2x + 1)(x - 3)$$

On reconnaît le facteur commun  $(2x + 1)$

$$f(x) = (2x + 1)[(2x + 3) - (x - 3)]$$

$$f(x) = (2x + 1)(2x + 3 - x + 3)$$

$$f(x) = (2x + 1)(x + 6)$$

$$g(x) = (2x - 5)(x + 6) - 2x - 12$$

Penser à:  $-2x - 12 = -2(x + 6)$

$$g(x) = (2x - 5)(x + 6) - 2(x + 6)$$

et reconnaître le facteur commun  $(x + 6)$

$$g(x) = (x + 6)[(2x - 5) - 2]$$

$$g(x) = (x + 6)(2x - 7)$$

$$h(x) = (3x + 8)(49 - 4x^2)$$

On reconnaît une différence de deux carrés  $(49 - 4x^2)$

$$(49 - 4x^2) = (7 - 2x)(7 + 2x)$$

$$h(x) = (3x + 8)(7 - 2x)(7 + 2x)$$

$$i(x) = (x - 2)(x + 3) + x^2 - 4x + 4$$

$$i(x) = (x - 2)(x + 3) + (x - 2)^2$$

$$i(x) = (x - 2)[(x + 3) + (x - 2)]$$

$$\mathbf{i(x) = (x - 2)(2x + 1)}$$

$$j(x) = 3 - x + (3 - x)^2$$

$$j(x) = (3 - x)[1 + (3 - x)]$$

$$\mathbf{j(x) = (3 - x)(4 - x)}$$

$$k(x) = (x - 5)(2x + 3) + (4x - 5)(5 - x)$$

$$5 - x = -(x - 5)$$

$$k(x) = (x - 5)[(2x + 3) - (4x - 5)]$$

$$k(x) = (x - 5)(-2x + 8)$$

$$\mathbf{k(x) = 2(x - 5)(-x + 4)}$$

$$l(x) = 4x^2 - 1 - (3x + 5)(2x - 1)$$

$$l(x) = (2x - 1)(2x + 1) - (3x + 5)(2x - 1)$$

$$l(x) = (2x - 1)[(2x + 1) - (3x + 5)]$$

$$l(x) = (2x - 1)(-x - 4)$$

$$\mathbf{l(x) = -(2x - 1)(x + 4)}$$

[Retour sommaire](#)