Index

107 page 50

Analyse des données :

Cubes pleins : prix de revient 1 € le cm³ (volume)

Cubes vides : 1 € le cm² (aire)

On note x (en cm) la mesure de longueur d'une arête.

f est la **fonction** donnant le prix de revient $f(x)$ pour un cube plein.
g est la fonction donnant le prix de revient $g(x)$ pour un cube vide.

1) Le **volume** d'un cube est : $\mathcal{V}(x) = x^3$, d'où, $f(x) = 1\times x^3 = x^3$.

Une face d'un cube est un carré, d'où, **l'aire** d'une face est x^2, et, le cube ayant 6 faces superposables,

on a : $g(x) = 6\times x^2$.

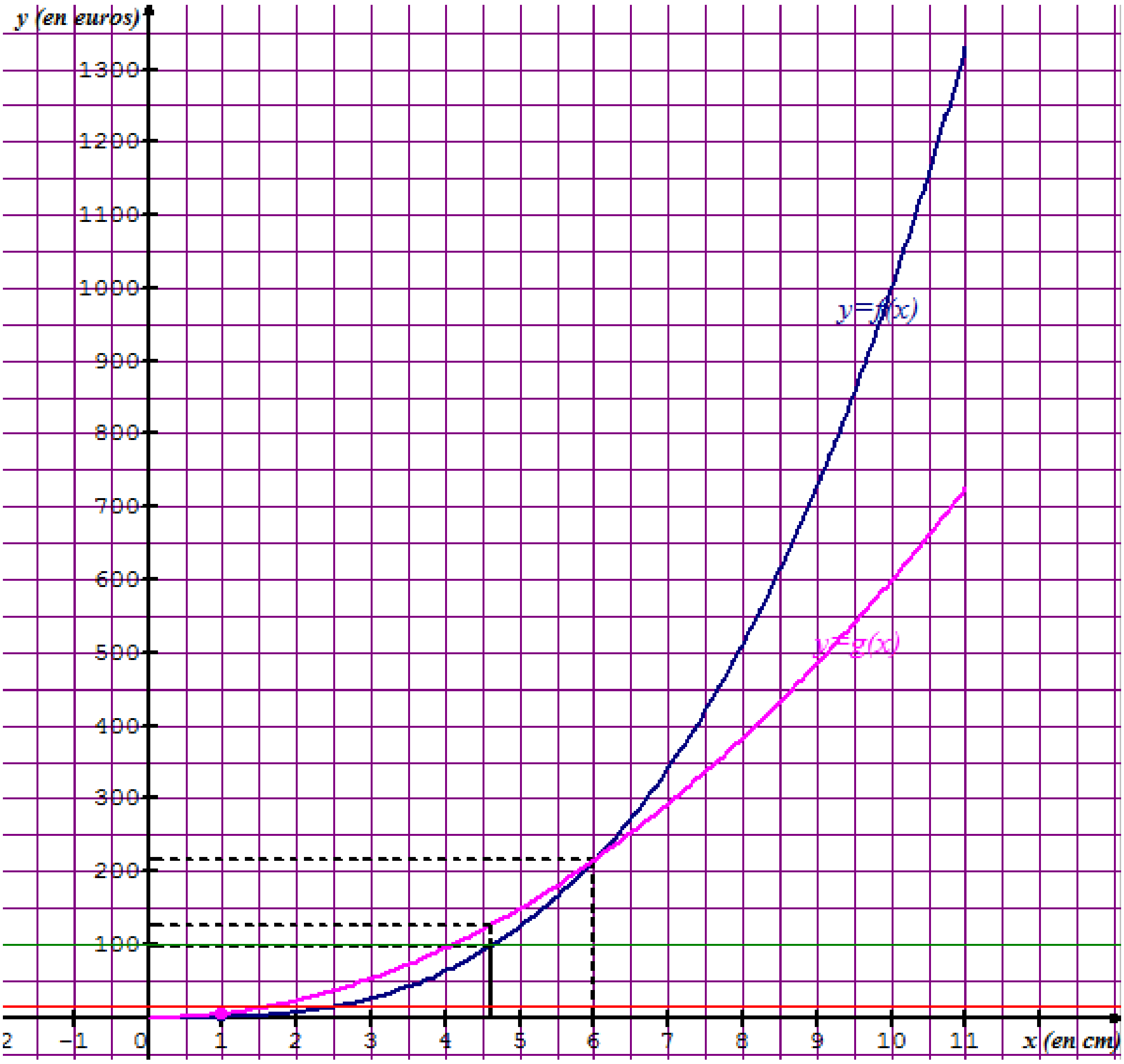
2) Représentation graphique :
unité : 1 cm pour 1 cm en abscisse, 1 cm pour 100 € en ordonnée.

tableau de valeurs :

x	0	1	4	5	10	11	…	…	...
$f(x)$	0	1	64	125	1000	1331			

x	0	1	4	5	10	11			
$g(x)$	0	6	96	150	600	726			

On place quelques points, et, on connaît l'allure des courbes puisqu'on a des fonctions de référence :
Fonction cube pour f, et, polynôme du second degré pour g.



En bleu, représentation graphique de f : $y = f(x)$.
En magenta, représentation graphique de g : $y = g(x)$.

3 a) Le prix de revient est 100 € pour un cube plein lorsque $x \approx 4{,}6$ cm.
Si $x \approx 4{,}6$ cm, le prix de revient du cube vide est d'environ 125 €.

b) Le prix de revient est 15 € pour un cube vide lorsque $x \approx 1{,}5$ cm.
Si $x \approx 1{,}5$ cm, le prix de revient du cube plein est d'environ 3 €.

c) $f(x) = g(x)$ lorsque les prix de revient sont égaux.

On lit $x = 6$ cm. (Le prix de revient est d'environ 220 €).

4) Résolution algébrique :

Pour le 3a) : $x^3 = 100$ équivaut à $x = \sqrt[3]{100} \approx 4{,}64$ cm et $6 \times x^2 = 6 \times \sqrt[3]{100}^{\,2} \approx 129{,}27$ €

Pour le 3b), : $x \geqslant 0$ et $6x^2 = 15$ équivaut à $x = \sqrt{\dfrac{5}{2}} \approx 1{,}58$ cm

$$\text{et } x^3 = \left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^3 \approx 3{,}95 \text{ €}.$$

Pour le 3c), $x^3 = 6x^2 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x-6) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 6$

---

91 page 71

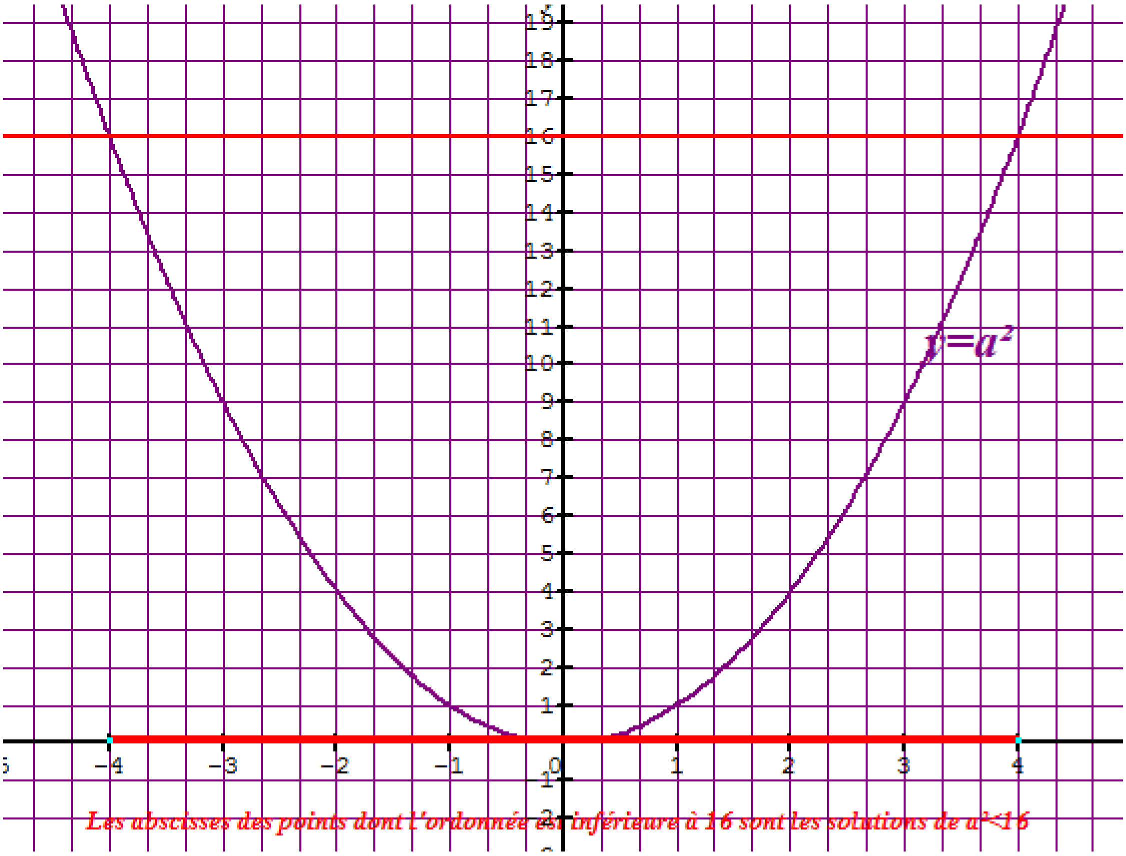
Soit l'inéquation $x^2 + ax + 4 \leqslant 0$.

Cette inéquation n'a aucune solution, si et seulement si, pour tout x réel, $x^2 + ax + 4 > 0$.

Le coefficient 1 de x^2 est positif, d'où,

l'expression du second degré sera strictement positive si et seulement si son discriminant $\Delta < 0$.

$\Delta = a^2 - 4\times1\times4 = a^2 - 16 = (a-4)(a+4)$
Or $a^2 - 16 < 0$ si et seulement si $a \in\ ]-4\ ;\ 4[$.
(On peut penser à la fonction carré représentée par la parabole de référence :



Conclusion : Pour $a \in\ ]-4\ ;\ 4[$, l'inéquation $x^2 + ax + 4 \leqslant 0$ n'a aucune solution.

---

110 page 72

Analyse des données :

La **parabole** a une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$.

On sait qu'elle passe par les points A(–2 ; 0), B(6 ; 0) et C(0 ; 24)

On a donc : (**Propriété** : ***coordonnées des points vérifient l'équation de la parabole***)

Point C : $a \times 0^2 + b \times 0 + c = 24$, soit : $c = 24$

Point A : -2 est une racine de l'expression $ax^2 + bx + c$ car $a \times (-2)^2 + b \times (-2) + c = 0$

Point B : 6 est une racine de l'expression $ax^2 + bx + c$ car $a \times 6^2 + b \times 6 + c = 0$

Conséquence : (cours) $ax^2 + bx + c = a(x - (-2))(x - 6) = a(x + 2)(x - 6)$

En développant : $a(x + 2)(x - 6) = ax^2 - 4ax - 12a$

Comme, on sait que $-12a = 24$, on obtient $a = -2$

Conclusion : La **parabole** a pour équation : $y = -2x^2 + 8x + 24$.