Index

94 page 126

x est la durée journalière de travail de la main d'œuvre en centaines d'heures ($x \leqslant 10$)

La quantité journalière produite : $f(x) = \dfrac{4x^2-36x}{x-12}$ en tonnes.

1) f est définie sur $[0 ; 10]$ (puisque $x \leqslant 10$, $x-12 \neq 0$)
et est le quotient de deux polynômes u et v avec $u(x) = 4x^2 - 36x$ et $v(x) = x - 12$

f est de la forme $\dfrac{u}{v}$, d'où, $f' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$. $u'(x) = 4\times2x - 36\times1 = 8x - 36$

$v'(x) = 1 - 0 = 1$

$$f'(x) = \frac{(8x-36)\times(x-12)-1\times(4x^2-36x)}{(x-12)^2} = \frac{8x^2-96x-36x+432-4x^2+36x}{(x-12)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4x^2-96x+432}{(x-12)^2} = \frac{4(x^2-24x+108)}{(x-12)^2}.$$

Étude de $x^2 - 24x + 108$

$\Delta = (-24)^2 - 4\times1\times108 = 144 = 12^2$ $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{24-12}{2\times1} = 6$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{24+12}{2\times1} = 18$

On a donc : $x^2 - 24x + 108 = (x-6)(x-18)$

$$f'(x) = \frac{4(x-6)(x-18)}{(x-12)^2}$$

2) Étude des variations de f (pour déterminer les extremums)
On étudie le signe de $f'(x)$.
Comme le dénominateur $(x-12)^2 > 0$, il suffit d'étudier le signe du numérateur $4(x-6)(x-18)$

x	$-\infty$		6		18		$+\infty$
4		+	⋮	+	⋮	+	
$x-6$		–	0	+	⋮	+	
$x-18$		–	⋮	–	0	+	
$4(x-6)(x-18)$		+	0	–	0	+	

f est définie sur $[0 ; 10]$ et $f(6) = \dfrac{4\times6^2-36\times6}{6-12} = 12$

x	0		6		10
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$	0	↗	12	↘	

La quantité maximale produite vaut 6 tonnes pour **6 centaines d'heures** de travail.

95 page 127

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

1) f est un polynôme défini et dérivable sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = 3x^2 - 3\times 2x + 0 = 3x(x-2)$

2) La dérivée $f'(x)$ s'annule pour $x = 0$ et $x = 2$.

La dérivée $f'(x)$ est positive sur $[-1 ; 0]$ et sur $[2 ; 3]$, donc, f est croissante sur ces intervalles.

La dérivée $f'(x)$ est négative sur $[0 ; 2]$, donc, f est décroissante sur cet intervalle.

x	-1		0		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	f(–1)	↗	f(0)	↘	f(2)	↗	f(3)

$f(-1) = -1 - 3 + 1 = -4$, $f(0) = 1$, $f(2) = 8 - 12 + 1 = -3$ et $f(3) = 27 - 27 + 1 = 1$

3) Le coefficient directeur de la tangente T au point d'abscisse 1 est $f'(1) = -3$

la tangente T passe par le point $A(1 ; f(1))$ et $f(1) = 1 - 3 + 1 = -1$

Une équation de T est : $y = -3(x-1) - 1 = -3x + 2$

4) On pose $g(x) = f(x) - (-3x + 2) = f(x) + 3x - 2$

a) $g'(x) = f'(x) + 3 = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2$

$g'(x)$ est par conséquent positif.

On en déduit que g est croissante sur $\mathbb{R}$.

b) $g(1) = 0$

c) Puisque g est croissante sur $\mathbb{R}$, si $x < 1$ alors $g(x) < g(1)$, soit : $g(x) < 0$

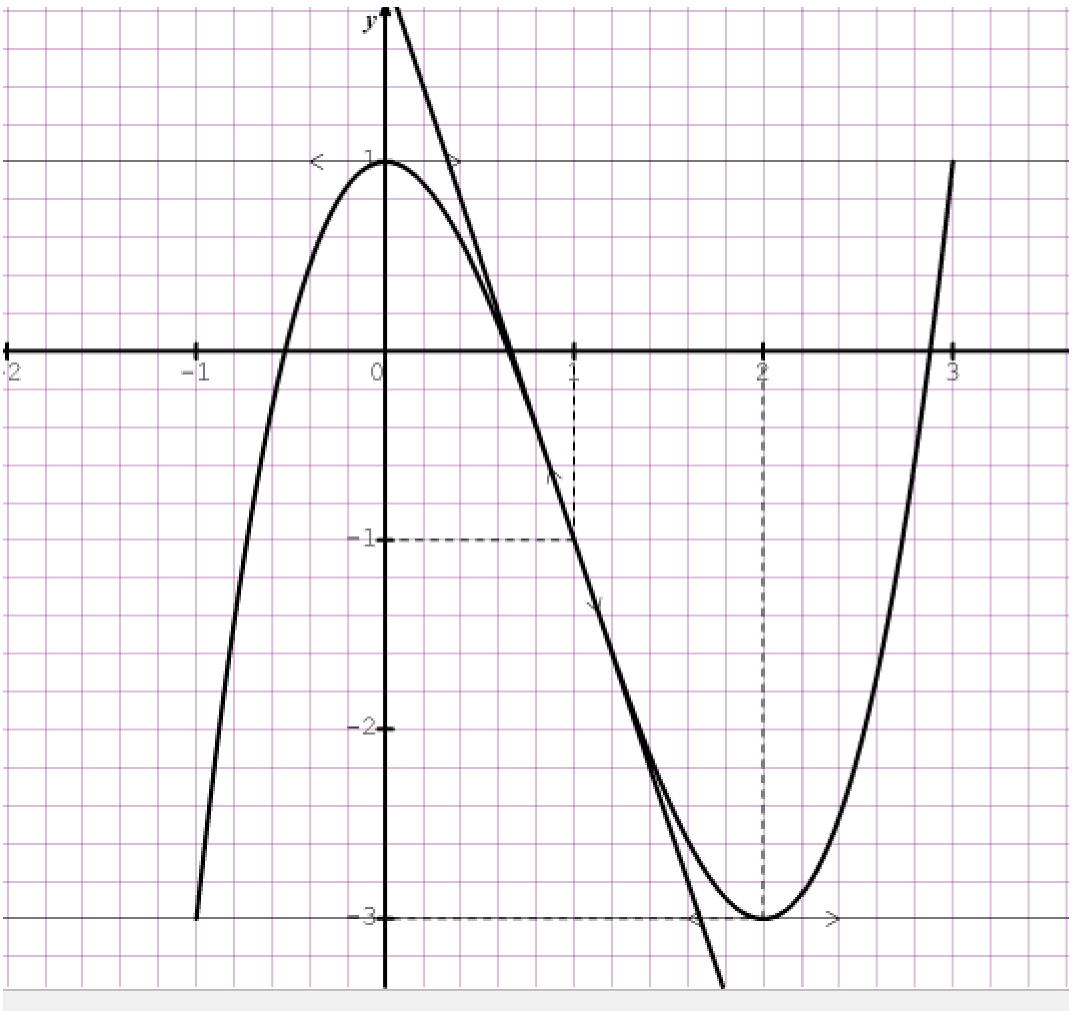
si $x > 1$ alors $g(x) > g(1)$, soit : $g(x) > 0$

d) $f(x) \geqslant -3x + 2$ si et seulement si $f(x) - (-3x + 2) \geqslant 0$ si et seulement si $x \in [1 ; +\infty[$

C_f est au-dessus de T sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$.

5) Graphique

Aux points d'abscisse 0 et 2 sont parallèles à l'axe des abscisses puisque $f'(0) = 0$ et $f'(2) = 0$



78 page 209

1) X peut prendre les valeurs :

950 € (aucun défaut)

1 050 € (un et un seul défaut : le défaut A)

1 100 € (un et un seul défaut : le défaut B)

1 200 € (les deux défauts A et B)

Loi de probabilité :

x_i	950	1050	1100	1200	Total
$p_i = p(X = x_i)$	0,9	0,04	0,02	0,04	1
$p_i x_i$	855	42	22	48	E(X) = 967

2) calcul de E(X)

E(X) = 950×0,9 + 1050×0,04 + 1100×0,02 + 1200×0,04 = 967 €

Le coût moyen de production d'un objet est 967 €

3) a) L'usine perd donc 967 – 960 = 7 € en vendant les objets 960 €

b) Le prix de vente d'un objet pour réaliser un bénéfice moyen de 100 € par objet : 967 + 100 = 1 067 €