Index

93 page 126

1) $f(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$

f, étant un polynôme défini sur $\mathbb{R}$, est dérivable sur $\mathbb{R}$, et,
pour tout réel x, on a : $f'(x) = 2\times 3x^2 - 60\times 2x + 450\times 1 = 6x^2 - 120x + 450 = 6(x^2 - 20x + 75)$
Étude du signe de $f'(x)$.
$x^2 - 20x + 75$ est du second degré.
$\Delta = (-20)^2 - 4\times 1\times 75 = 100 = 10^2$
L'expression du second degré possède deux racines réelles :
$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-20)-10}{2\times 1} = 5$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-20)+10}{2\times 1} = 15$
Comme le coefficient 6 est strictement positif, on a :

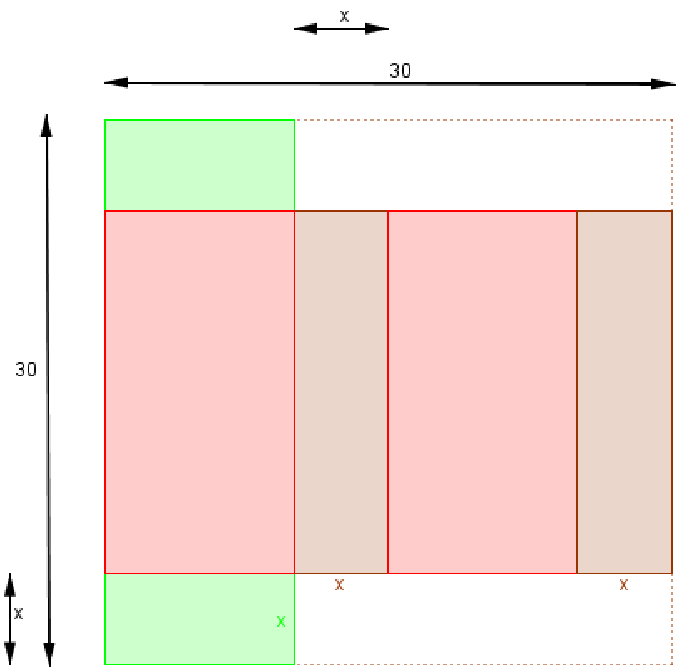
x	$-\infty$		5		15		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	–	0	+	
$f(x)$		↗	f(5)	↘	f(15)	↗	

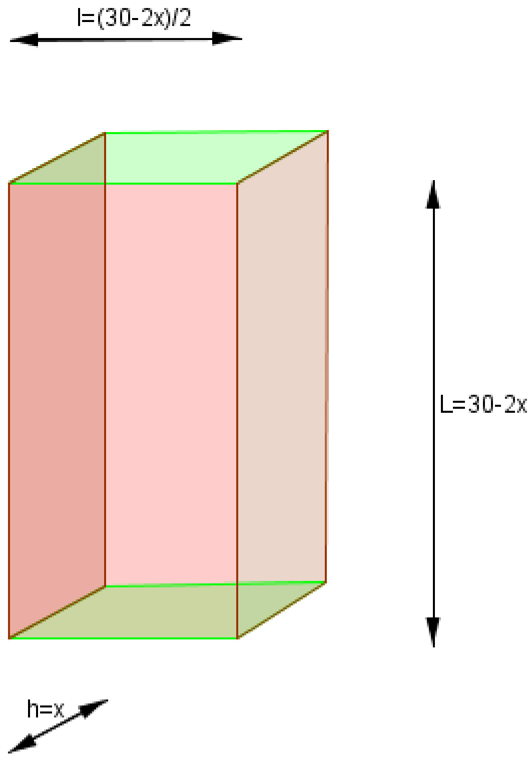
f est strictement croissante sur $]-\infty;5]$ et sur $[15;+\infty[$, et, f est strictement décroissante sur [5 ; 15]
f admet un maximum local $f(5) = 2\times 5^3 - 60\times 5^2 + 450\times 5 = 5^3(2 - 12 + 18) = 8\times 125 = 1000$
f admet un minimum local $f(15) = 2\times 15^3 - 60\times 15^2 + 450\times 15 = 15^3(2 - 4 + 2) = 15^3\times 0 = 0$

2 a) x étant une longueur est strictement positive
… et en repliant les deux bords, on ne peut pas avoir $2x \geqslant 30$.
La boîte est constructible
si et seulement si $x \in]0; 15[$.

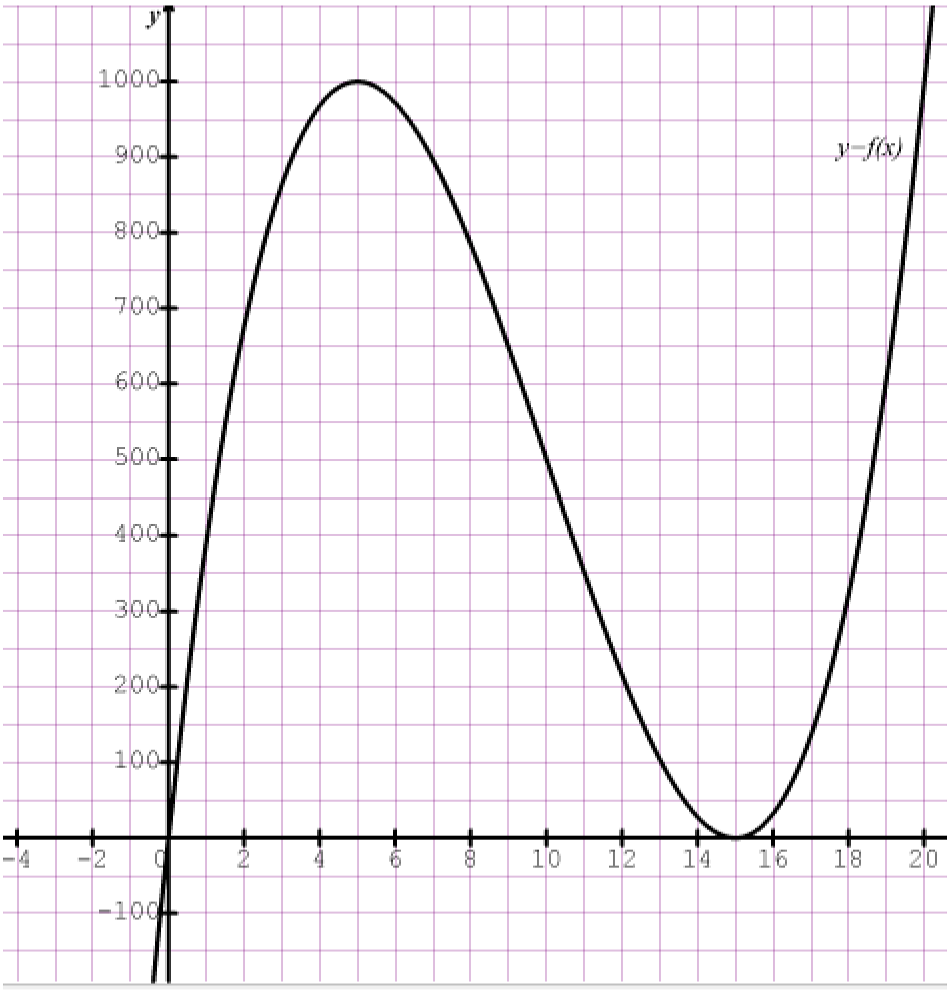
b) Le volume d'un parallélépipède est : V = L×l×h
$V(x) = (30-2x)\times x\times\left(\dfrac{30-2x}{2}\right) = 2x(15-x)^2 =$
$2x(225 - 30x + x^2) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$

D'après le 1), V est maximal lorsque $x = 5$ cm.
le volume vaut alors 1 000cm^3 ou 1 dm^3 .





Courbe de *f* (non demandée mais utile pour contrôler les résultats du 1/)



116 page 154

1) Chaque année, 20 % de la pelouse est détruite par du chiendent, d'où, il reste 80 % de la pelouse.

Si u_n représente la surface de la pelouse l'année n, il reste donc $0{,}8u_n$ l'année suivante.

50 m² de chiendent sont arrachés et remplacés par de la pelouse, d'où, l'année suivante, la surface u_{n+1} de pelouse vaut :

$u_{n+1} = 0{,}8u_n + 50$.

2) $u_2 = 1\,370$ m², d'où, $1\,370 = 0{,}8u_1 + 50$.

$u_1 = \dfrac{1370-50}{0{,}8} = \dfrac{1320}{0{,}8} = 1\,650$ m²

Comme $u_1 = 0{,}8u_0 + 50$, on a : $u_0 = \dfrac{1650-50}{0{,}8} = 2\,000$m²

3) la suite (v_n) est définie par $v_n = u_n - 250$ (On a donc : $u_n = v_n + 250$)

D'où, $v_{n+1} = u_{n+1} - 250 = 0{,}8u_n + 50 - 250 = 0{,}8u_n - 200$

Comme $u_n = v_n + 250$, en remplaçant u_n par $v_n + 250$, il vient :

$v_{n+1} = 0{,}8(v_n + 250) - 200 = 0{,}8v_n + 200 - 200 = 0{,}8v_n$.

4) Par conséquent : (v_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = u_0 - 250 = 1\,750$ et de raison 0,8.

Par propriété des suites géométriques, $v_n = 1750 \times (0,8)^n$ et $u_n = 1750 \times 0,8^n + 250$

5) Le quart de la pelouse : $\dfrac{2000}{4} = 500$m².

On cherche le plus petit n tel que $u_n \geqslant 500$

Un tableau de valeurs ou un programme avec TANT QUE permet de déterminer n.

Tableur ou programme ....

n	u
0	2000
1	1650
2	1370
3	1146
4	966,8
5	823,44
6	708,752
7	617,002
8	543,601
9	484,881

$u_9 < 500$. u_9 est l'aire la dixième année.

Il garde plus du quart de la pelouse pendant 9 années. (de u_0 à u_8)

---

76 page 209

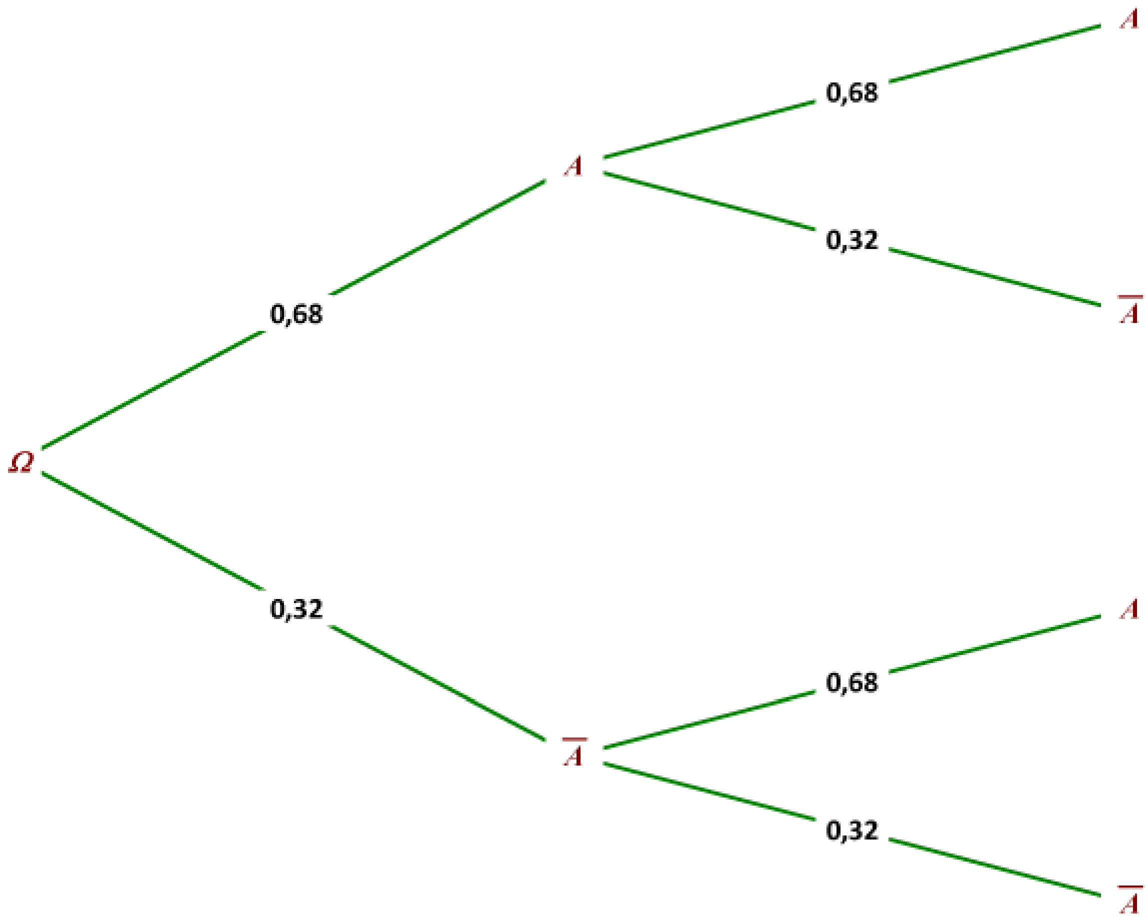
Dans les deux cas, on peut faire un arbre de probabilité.

1) À domicile

En notant A l'événement : " le joueur marque un panier à domicile ",

on obtient la liste des issues : $\{AA, A\overline{A}, \overline{A}A, \overline{AA}\}$

$P(A) = 0,68$, $P(\overline{A}) = 1 - 0,68 = 0,32$



a) l***e joueur marque deux paniers.***

comme les événements sont indépendants, la probabilité de marquer au deuxième lancer est identique.

P(" deux paniers ") = P(AA) = $0{,}68 \times 0{,}68 = 0{,}4624$

b) ***le joueur marque au moins un panier***

On a : P(" aucun panier ") = P($\overline{AA}$) = $0{,}32 \times 0{,}32 = 0{,}1024$

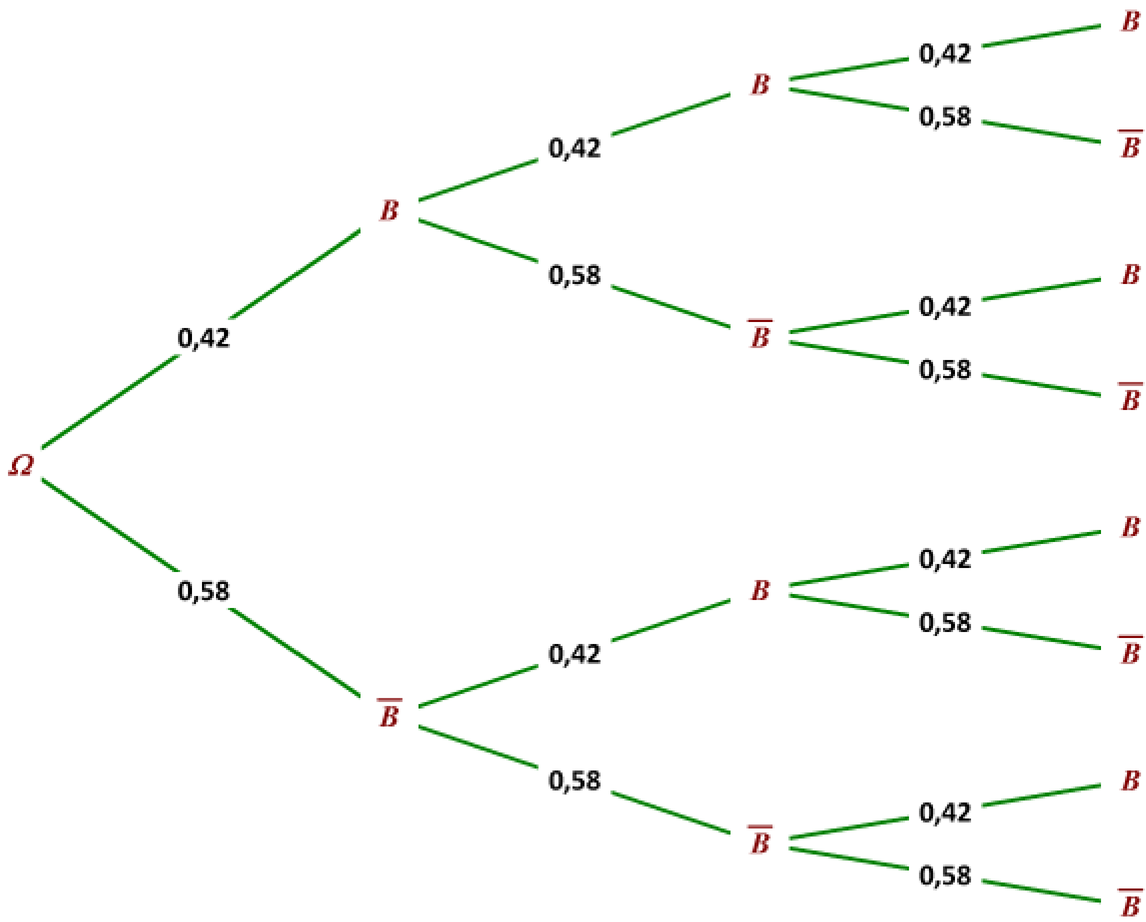
P(" au moins un panier ") = 1 - P(" aucun panier ") = 1 – 0,1024 = 0,8976

2) À l'extérieur

En notant B l'événement : le joueur marque un panier à l'extérieur,

on obtient la liste des issues : $\{BBB, BB\overline{B}, B\overline{B}B, B\overline{BB}, \overline{B}BB, \overline{B}B\overline{B}, \overline{BB}B, \overline{BBB}\}$

P(B) = 0,42, P($\overline{B}$) = 1 – 0,42 = 0,58



a) le joueur ne marque aucun panier

P(" aucun panier ") = $P(\overline{BBB}) = 0{,}58 \times 0{,}58 \times 0{,}58 = 0{,}195$

b) le joueur marque au plus deux paniers.

On a : P(" trois paniers ") = $P(BBB) = 0{,}42 \times 0{,}42 \times 0{,}42 = 0{,}074088$

On a : P(" au plus deux paniers ") = $1 - P(BBB) = 1 - 0{,}074088 = 0{,}925\,912$