

La calculatrice est autorisée, mais, **vous devez détailler les calculs** et soigner la présentation.

Exercice 1 Pourcentages de répartition

3 points

Dans une classe de 1ES de 32 élèves, 12 élèves font allemand en LV2.

Le pourcentage d'élèves faisant allemand (LV1 ou LV2) dans cette classe s'élève à 62,5 %.

Quel est le pourcentage d'élèves faisant allemand LV1 dans cette classe?

Un calcul possible

Nombre d'élèves germanistes (LV1 ou LV2): $32 \times 0,625 = 20$ élèves.

Un élève faisant allemand LV2 ne fait pas allemand LV1, d'où, $20 - 12 = 8$ élèves font allemand LV1.

Pourcentage d'élèves faisant allemand LV1 dans cette classe: $\frac{8}{32} \times 100 = 25$

25 % des élèves font allemand LV1 dans cette classe.

Un autre calcul possible

On peut aussi calculer le pourcentage d'élèves faisant LV2 allemand et retrancher les pourcentages puisque l'ensemble de référence est le même: $\frac{12}{32} = 0,375$ (37,5 % font allemand LV2)

$0,625 - 0,375 = 0,25$ (on retrouve le même résultat)

On peut synthétiser dans un tableau (**inutile lors du DS**)

Répartition des élèves: (les données et calculs immédiats en bleu)

Les calculs possibles en rouge

Les conclusions en vert

	Allemand LV1	Allemand LV2	Non germanistes	Total
Effectifs réels		12		32
Répartition en %	62,5		$100 - 62,5 = 37,5$	100
Calculs en %		$\frac{12}{32} \times 100 = 37,5$		
Calculs effectifs	$32 \times \frac{62,5}{100} = 20$			
Effectifs réels	$20 - 12 = 8$	12	12	32
Répartition en %	$62,5 - 37,5 = 25$	37,5	37,5	100

commentaires :

Prenez le temps d'écrire sur quoi portent les opérations, cela évitera peut-être quelques erreurs et obligera à préciser les idées.

Les signes " cabalistiques " utilisés par quelques-uns obscurcissent au contraire les idées.

Exercice 2 Coefficient multiplicateur, pourcentage d'évolution, indices.**6 points**

Dans un pays, les prix ont augmenté du 1^{er} janvier 2001 au 1^{er} janvier 2014 de 26 %.

1) Quel est le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 26 %?

Coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 26 %: $CM = 1,26$

2) Une famille dépensait 500 € par mois en 2001 pour l'alimentation. Quelle est sa dépense actuelle, en 2014, pour les mêmes produits?

Dépense mensuelle en 2001 : 500 €

Dépense mensuelle en 2014 : $500 \times 1,26 = 630$ €

3) Une autre famille dépense actuellement, en 2014, 1 575 € par mois pour l'alimentation.

Quelle était sa dépense en 2001 pour les mêmes produits?

Dépense mensuelle en 2014 : 1 575 €

Dépense mensuelle en 2001 : $\frac{1575}{1,26} = 1\,250$ €

4) Antoine pense que chaque année de 2001 à 2014, en moyenne, les prix ont augmenté de 2 %. A-t-il raison? Justifier votre réponse.

Antoine a tort :

Une augmentation de 2 % correspond à un $CM = 1,02$

On aurait donc sur 13 ans : $1,02 \times 1,02 \times \dots \times 1,02 = 1,02^{13} \approx 1,2936$

Soit en pourcentage, une augmentation de 29,36 %.

5) On suppose que l'indice des prix valait 100 au 1^{er} janvier 2001.

a) Quel est l'indice des prix le 1^{er} janvier 2014 ?

Si l'indice est 100 au 1^{er} janvier 2001, il vaut 126 au 1^{er} janvier 2014.

b) Un économiste annonce que l'augmentation sur l'année 2014 dans ce pays sera de 2 %.

Quel sera l'indice des prix au 1^{er} janvier 2015 ?

L'indice au 1^{er} janvier 2015 vérifie l'égalité suivante : $\frac{I}{126} = 1,02$ (CM de 2014 à 2015)

$I = 126 \times 1,02 = 128,52$

Commentaires :

Ce sont des pourcentages d'évolution...

La référence change chaque année, il est donc nécessaire de passer par les coefficients multiplicateurs.

1) Cours (ou compréhension de la notion) : $CM = 1 + \frac{t}{100}$.

En effet : $V_{aleur} F_{inale}$

$$= V_{aleur} I_{nitiale} + \frac{t}{100} \times V_{aleur} I_{nitiale}$$

$$= V_{aleur} I_{nitiale} \left(1 + \frac{t}{100} \right)$$

2) 3) 4) conséquences directes du 1). (Ne pas utiliser les valeurs approchées)

Une baisse de 26 % ne compense pas une hausse de 26 %.

Autrement dit : $1575 - \frac{26}{100} \times 1575$ n'a pas la même signification que $\frac{1575}{1,26}$.

5) a) définition de l'indice

b) voir 3) 4) On passe par le CM pour faire les calculs.

Exercice 3 Promotion

3 points



Sur cette " promo ", on peut lire : 2 achetés + 1 gratuit, on lit aussi : 8 € les 3 sacs, soit une économie de 4 €.

Quel est à 0,01 près le pourcentage de réduction ?

Pour le prix de 2 sacs, on a 3 sacs.

Le coefficient multiplicateur vaut : $\frac{2}{3}$.

Le taux de réduction est donc : $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \approx 0,3333$

Soit 33,33 % de réduction.

Autre méthode : avant réduction le prix des 3 sacs est de 12 €.

On a donc une réduction de 4 € pour 12 €,

pour 100 €, cette réduction vaut : $\frac{4}{12} \times 100 = \frac{1}{3} \times 100$, soit : 33,33 € pour 100 €.

Commentaire :

La valeur initiale pour 3 sacs N'EST PAS 8 € !!!!

Exercice 4 Comme dans le DM1

4 points

1) **Développer** et réduire

$$A(x) = 3(-5x \times x) + 9x - 5(x + 4)$$

$$A(x) = 3(-5x^2) + 9x - 5x - 20$$

$$A(x) = -15x^2 + 9x - 5x - 20$$

$$A(x) = -15x^2 + 4x - 20$$

$$B(x) = (x - 3)^2 - 4x(x - 1)$$

$$B(x) = x^2 - 6x + 9 - 4x^2 + 4x$$

$$B(x) = -3x^2 - 2x + 9$$

2) **Factoriser** en produit de facteurs du premier degré

$$C(x) = 4(x - 3)^2 - 9$$

$$C(x) = 4(x - 3)^2 - 9 = [2(x - 3)]^2 - 3^2 = [2(x - 3) - 3][2(x - 3) + 3] \quad (\text{différence de deux carrés})$$

$$= (2x - 6 - 3)(2x - 6 + 3)$$

$$= (2x - 9)(2x - 3)$$

$$D(x) = (2x + 1)(2x + 3) - (2x + 1)(x - 3)$$

$$D(x) = (2x + 1)(2x + 3) - (2x + 1)(x - 3)$$

On reconnaît le facteur commun $(2x + 1)$

$$D(x) = (2x + 1)[(2x + 3) - (x - 3)]$$

$$D(x) = (2x + 1)(2x + 3 - x + 3)$$

$$D(x) = (2x + 1)(x + 6)$$

Commentaires : voir DM1

Exercice 5

Second degré ...

4 points

On considère le polynôme du second degré : $f(x) = x^2 + 6x - 40$

a) Compléter l'égalité suivante : pour tout réel x , $x^2 + 6x = (x + 3)^2 - 9$

b) Justifier l'égalité suivante : pour tout réel x , $f(x) = (x + 3)^2 - 49$

$$f(x) = x^2 + 6x - 40$$

$$= (x + 3)^2 - 9 - 40$$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 49$$

c) Justifier l'égalité suivante : pour tout réel x , $f(x) = (x + 10)(x - 4)$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 49$$

$$= (x + 3 + 7)(x + 3 - 7)$$

$$f(x) = (x + 10)(x - 4)$$

d) Résoudre l'équation $f(x) = 0$

$$f(x) = (x + 10)(x - 4)$$

Le produit est nul si et seulement si

$$(x + 10)(x - 4) = 0$$

$$x + 10 = 0, \text{ soit : } x = -10$$

OU

$$x - 4 = 0, \text{ soit : } x = 4$$

L'ensemble des solutions de $f(x) = 0$: $\mathcal{S} = \{-10 ; 4\}$ e) Résoudre l'équation $f(x) = -24$

$$f(x) = (x + 3)^2 - 49$$

$$(x + 3)^2 - 49 = -24 \text{ si et seulement si } (x + 3)^2 - 49 + 24 = 0$$

$$\text{Soit : } (x + 3)^2 - 25 = 0$$

$$\text{On factorise : } (x + 3 + 5)(x + 3 - 5) = 0$$

$$(x + 8)(x - 2) = 0$$

Le produit est nul si et seulement si

L'ensemble des solutions de $f(x) = -24$: $\mathcal{S} = \{-8 ; 2\}$ f) Résoudre l'équation $f(x) = -40$

$$f(x) = x^2 + 6x - 40$$

$$x^2 + 6x - 40 = -40 \text{ si et seulement si } x^2 + 6x = 0$$

On factorise ...

$$x^2 + 6x = 0$$

$$x(x + 6) = 0$$

Le produit est nul si et seulement si

L'ensemble des solutions de $f(x) = -40$: $\mathcal{S} = \{-6 ; 0\}$ **Commentaires :**

Ne pas confondre :

calculer $f(0)$ et résoudre $f(x) = 0$ $f(-24)$ et résoudre $f(x) = -24$...Comprendre que la **factorisation** des calculs a pour but d'avoir un **produit** ... pour appliquer la phrase que vous connaissez tous :Un **produit** est **nul**