Exercice 1 (fonction …) 4 points

Soit la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x$.

1) a) Calculer la dérivée de la fonction f.

f, étant un polynôme défini sur ℝ, est dérivable sur ℝ.

Pour tout *x* réel, $f'(x) = \frac{1}{3} \times 3x^2 - 2 \times 2x + 4 = x^2 - 4x + 4$

b) Montrer que $f'(x) = (x-2)^2$

En développant $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 = f'(x)$.

c) Déterminer le sens de variation de f.

Comme un carré est toujours positif ou nul, $f'(x) \geqslant 0$.

f est donc une fonction croissante sur ℝ.

On peut résumer dans un tableau de variations : Comme $f(2) = \frac{1}{3} \times 2^3 - 2 \times 2^2 + 4 \times 2 = \frac{8}{3}$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	↗	$\frac{8}{3}$	↗

2) Déterminer une équation de la tangente T à C_f *au point d'abscisse 0.*

Le coefficient directeur est $f'(0) = 4$

Comme $f\,0) = 0$, T passe par l'origine du repère.

Une **équation** de T est : $y = 4x$

Rappel :

en mathématiques, une équation comporte toujours un signe d'égalité.

$4x$ N'EST PAS une équation …. c'est une expression algébrique

---

Exercice 2 loi de probabilité

(Les quatre questions sont indépendantes)

1) Déterminer le réel a sachant que la loi de probabilité de X est donnée par :

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,4	0,25	0,125	0,1	a

$a = 1 - (0,4 + 0,25 + 0,125 + 0,1) = 1 - 0,875 = 0,125$

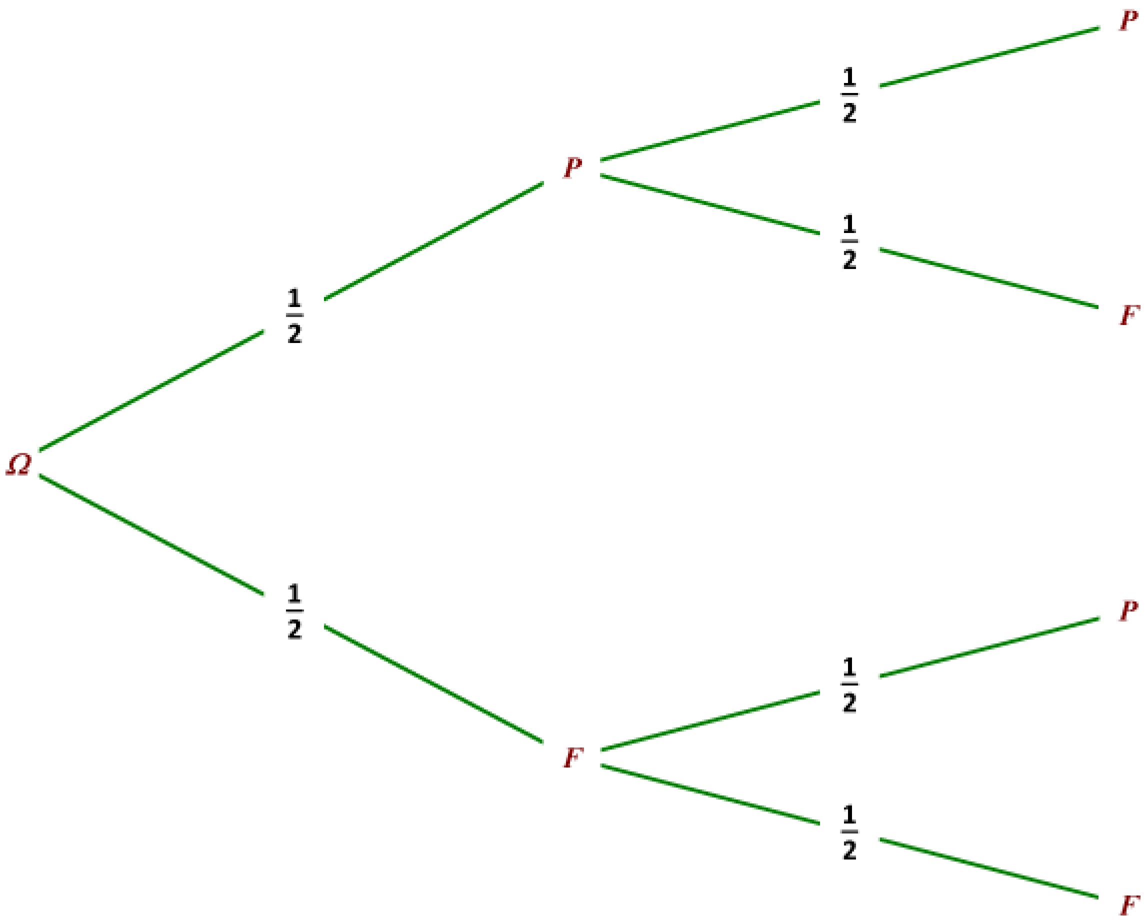
Rappel du cours : la somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1.

2) On lance deux fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée.

a) Quelle est la probabilité d'avoir deux " PILE " ?

On peut faire un tableau à double entrée, ou, un arbre de choix …

lancer 2 / lancer 1	P	F
P	PP	PF
F	FP	FF



Les issues **équiprobables** sont : (PP), (PF), (FP), (FF)

P(" deux PILE ") = $\frac{1}{4}$

b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins une fois " FACE " ?

P' "au moins une fois FACE ") = 1 – P(PP) = $\frac{3}{4}$

3) On lance une pièce de monnaie truquée de très nombreuses fois, et on constate que PILE apparaît trois fois plus souvent que FACE.

On lance cette pièce.

Quelle est la probabilité d'obtenir PILE ?

P(" PILE ") = 3×P(" FACE ") et P(" PILE ") + P(" FACE ") = 1

On a alors : P(" PILE ")= 3×P(" FACE ") = 3× $\frac{1}{4}$ = $\frac{3}{4}$

4) *Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire Y.*

y_i	-5	1	4	8
$P(Y = y_i)$	0,4	0,2	0,3	0,1

Calculer E(Y), l'espérance mathématique de Y.

$E(Y) = -5\times0{,}4 + 1\times0{,}2 + 4\times0{,}3 + 8\times0{,}1 = -2 + 0{,}2 + 1{,}2 + 0{,}8 = 0{,}2$

Commentaires : Plusieurs copies ont des résultats corrects sans dire comment on les obtient.

Il est nécessaire de justifier les résultats en écrivant les étapes essentielles des démarches.

C'est souvent " très court ", mais c'est nécessaire.

Un arbre, un tableau commentés sont des " outils " qui peuvent servir à expliciter les démarches.

Exercice 3 Analyse de données, probabilités.

Dans un sac de 50 jetons, on a des jetons de deux formes (carré ou rond) et de deux couleurs (rouge ou vert).

1) Compléter le tableau à double entrée permettant de répartir les jetons sachant que 30 jetons sont rouges, que 35 jetons sont carrés et que 5 jetons sont ronds et rouges.

couleur / **Forme**	**Rouge**	**Vert**	**Total**
Carré	30 – 5 = 25	20 – 10 = 10 ou 35 – 25 = 10	35
Rond	5	15 – 5 = 10	50 – 35 = 15
Total	30	50 – 30 = 20	**50**

Nombres surlignés en jaune : données du texte

Nombres surlignés en bleu : calculs immédiats

2) On tire un jeton au hasard :

a) Quelle est la probabilité d'avoir un jeton rouge ?

P(" rouge ") = $\frac{30}{50}$ = $\frac{3}{5}$

b) Quelle est la probabilité d'avoir un jeton rond et rouge ?

P(rond et rouge) = $\frac{5}{50} = \frac{1}{10}$

c) Quelle est la probabilité d'avoir un jeton rond ou rouge ?

P(rond ou rouge) = P(rond) + P(rouge) – P(rond et rouge) = $\frac{30}{50} + \frac{15}{50} - \frac{5}{50} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$.

ou bien

jetons " rond ou rouge " : tous les jetons sauf les " verts et carrés " (10 jetons)

P(rond ou rouge) = $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

d) On tire un jeton. On constate qu'il est rouge ?

Quelle est la probabilité qu'il soit rond ?

On a 30 jetons rouges dont 5 ronds : P = $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$.

3) Pour financer une sortie scolaire, un élève organise une loterie.

Si le joueur tire un jeton rond et rouge, il gagne 1,5 €.

Si le joueur tire un jeton carré et vert, il gagne 1 €.

Sinon, le joueur ne gagne rien.

On note X la somme reçue par le jouer.

a) **Montrer** que la loi de probabilité de X est :

x_i	0	1	1,5
P($X = x_i$)	0,7	0,2	0,1

P(X = 1,5) = P(rond et rouge) = $\frac{1}{10}$ = 0,1 (voir 2b)

P(X = 1) = P(carré et vert) = $\frac{10}{50}$ = 0,2

P(X = 0) = 1 – 0,1 – 0,2 = 0,7

b) L'organisateur veut fixer la mise (somme à payer par le joueur pour avoir le droit de jouer) à 0,8 €.

Quelle somme peut-il espérer récolter si 1 000 personnes participent à ce jeu ?

E(X) = $0\times0{,}7 + 1\times0{,}2 + 1{,}5\times0{,}1 = 0{,}2 + 0{,}15 = 0{,}35$ €.

En moyenne, les joueurs reçoivent, 0,35 €. (Somme perdue par l'organisateur).

Ils ont donnés 0,80 € , d'où, l'organisateur gagne en moyenne par jouer : 0,8 – 0,35 = 0,45 €.

Si l'organisateur a 1 000 participants, il peut espérer : $1000\times0{,}45$ = 450 €