En annexe, est fourni un formulaire qui peut être utile dans un ou plusieurs exercices …

Il est tenu compte dans le barème de la qualité de l'expression, de la qualité des raisonnements et des justifications.

Un résultat brut non amené, non présenté par une phrase introductive ne donne pas tous les points prévus pour la question.

La somme des points indiqués est actuellement égale à 30. La note finale sera ramenée à 20 par proportion.

Partie I- Fonctions

Exercice 1- Calculs de dérivées — *$3\times 1,5 = 4,5$ points*

Pour chacune des fonctions, donner l'ensemble de définition et calculer sa dérivée …

1) $f(x) = \dfrac{x+5}{x-3}$ 2) $g(x) = (x^2 + 1)\times \sqrt{x}$ 3) $h(x) = x^2 + 1 + \dfrac{2}{x}$

Exercice 2- Une étude de fonction — *$1,5 + 1 + 3,5 + 1,5 = 7,5$ points*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 3$.

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère.

1) Calculer, pour tout x réel, l'expression de la dérivée $f'(x)$.

2) **Démontrer** que $f'(x) = 0$ pour $x = -1$ et $x = 2$.

3) **Étudier** le signe de la dérivée $f'(x)$, et dresser le tableau de variations de la fonction f.

Calculer la valeur des extremums locaux.

4) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.

Partie II- Suites

Exercice 3 calculs et reconnaître une suite arithmétique, une suite géométrique

$3\times 1,5 = 4,5$ points

Dire dans chaque cas, si la suite donnée est une suite arithmétique, une suite géométrique, ou n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique.

Dans le cas où la suite est une suite arithmétique ou une suite géométrique, indiquer la raison de la suite et le premier terme u_0.

1) (u_n) définie par $u_n = \dfrac{2^n}{3}$.

2) (u_n) définie par $u_n = 2(n + 1) - 4(n + 3)$

3) (u_n) définie par $u_n = n(n + 1) - 4(n + 3)$

Exercice 4 Une étude de suite ***1,5+3+2 = 6,5 points***

M. Étienne Konom′ dépose chaque 31 décembre 900 € sur un livret à intérêts composés au taux annuel de 3 %.

Les intérêts sont capitalisés le 31 décembre à minuit.

Le premier dépôt a eu lieu le 31 décembre 2010.

On note u_n le capital en € disponible pour M. É. Konom′ sur son livret le 1er janvier de l'année 2010 + n.

On a donc : $u_0 = 0$ et $u_1 = 900$.

1) a) Calculer u_2 et u_3.

b) Expliquer pourquoi on a la relation suivante : Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1{,}03u_n + 900$.

2) On définit la suite (v_n) par :

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n + 30\,000$. (*Remarque : v_n est exprimée en fonction de u_n*)

a) Calculer v_0, v_1, v_2, v_3.

b) En posant $\frac{v_1}{v_0}$, $\frac{v_2}{v_1}$, $\frac{v_3}{v_2}$, quelle conjecture peut-on émettre quant à la suite (v_n) ?

c) ***Démonstration de la conjecture*** :

* Exprimer v_{n+1} en fonction de u_{n+1}, puis, v_{n+1} en fonction de u_n.

** Exprimer u_n en fonction de v_n.

*** En déduire v_{n+1} en fonction de v_n.

Ce dernier résultat confirme-t-il la conjecture émise au 2/b) ?

3) Si la question 2/ n'est pas réussie, on admettra pour la suite de l'exercice que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,03.

a) Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que $u_n = 30\,000 \times (1{,}03)^n - 30\,000$.

b) De quelle somme peut disposer N. É. Konom′ au 1er janvier 2016. (On arrondira au centième d'euro).

c) M. É. Konom′ voudrait disposer d'un capital de 15 000 €. En quelle année aura-t-il ce capital disponible ?

Partie III- Probabilités

Exercice 5 Contrôle de définitions et propriétés ***1 + 1,5 = 2,5 points***

1) Les tableaux suivants permettent-ils de définir une loi de probabilité ?

Tableau 1 :

issues	–1	2	4	8
probabilités	0,5	0,2	0,1	0,2

Tableau 2 :

issues	1	2	3	4
probabilités	0,5	–0,2	0,4	0,3

2) Lors d'une expérience aléatoire, on a obtenu les résultats suivants où A et B sont deux événements de l'univers E : $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$ et $P(A \cup B) = 0,9$

Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A})$.

Exercice 6 une expérience aléatoire ***0,5+1,25+2,75 = 4,5***

On considère l'expérience aléatoire suivante :

On tire successivement au hasard avec remise entre chaque tirage 4 cartes dans un jeu de 32 cartes.

On appelle X la variable aléatoire comptant le nombre de cartes " cœur " obtenues.

1) Soit C l'événement : «obtenir une carte " cœur " ».

Quelle est la probabilité de C, notée $P(C)$?

2) a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

b) **Justifier** que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

3) a) Compléter l'arbre pondéré commencé en annexe traduisant l'expérience aléatoire.

b) Calculer les probabilités suivantes :

$P(X = 0)$,

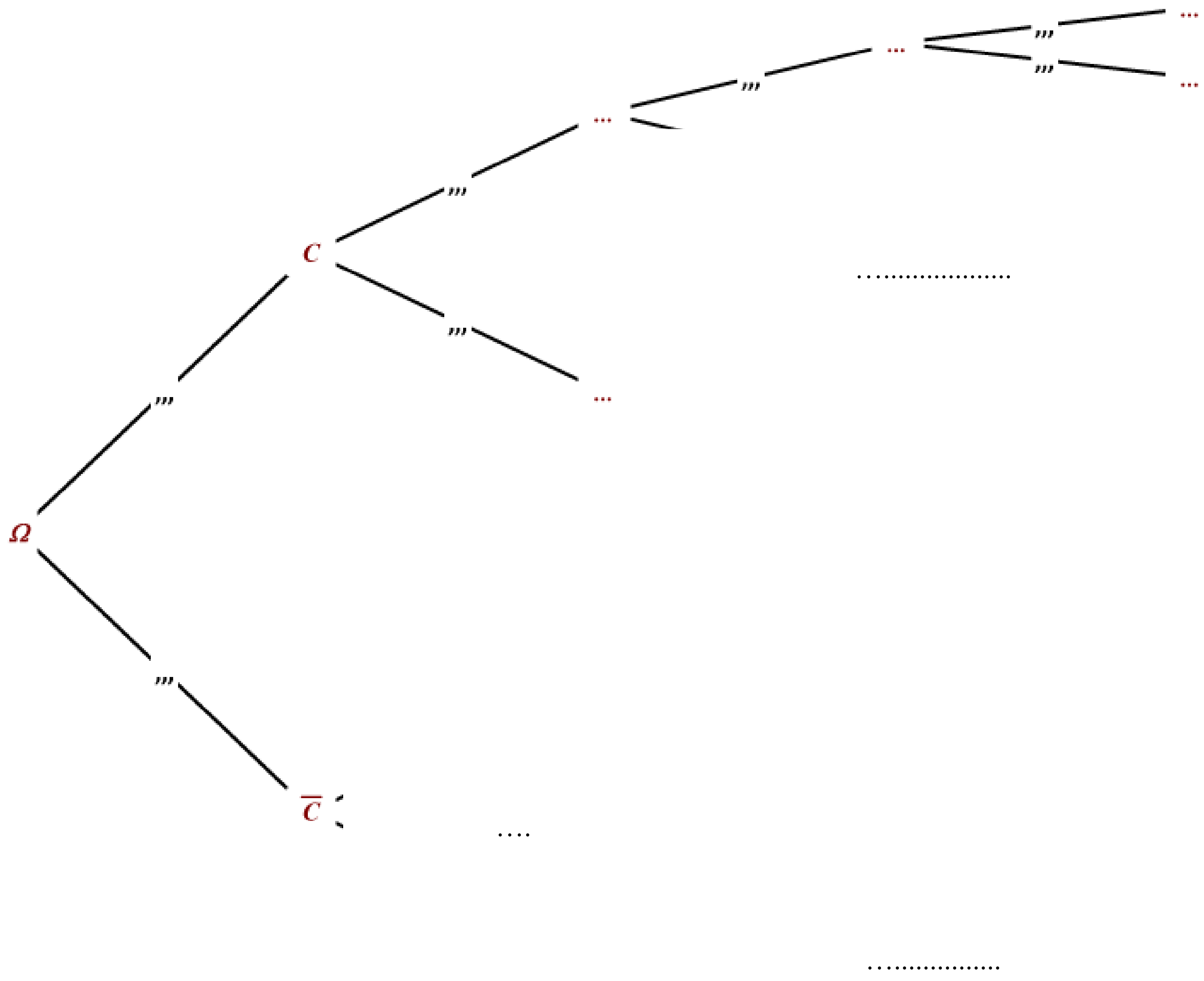
$P(X = 4)$,

$P(X \geqslant 1)$,

$P(X \leqslant 3)$.

Annexe :

Arbre à compléter (exercice 6)



Formulaire

Avertissement :

ce formulaire est donné sans commentaires, sans les conditions d'utilisation … c'est évidemment voulu !

Fonctions définies par : $f(x) =$	k	x	x^n	$\frac{1}{x}$	$\sqrt{x}$
Dérivées définies par $f'(x) =$	0	1	nx^{n-1}	$\frac{-1}{x^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Fonctions définies par : $f =$	$u + v$	uv	ku	$\frac{1}{u}$	$\frac{u}{v}$
Dérivées définies par $f' =$	$u' + v'$	$u'v + v'u$	ku'	$\frac{-u'}{u^2}$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$

$y = f'(a)(x - a) + f(a)$

$\Delta = b^2 - 4ac.$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ *et* $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

suite arithmétique	***suite géométrique***
Il existe un réel r tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + r$	Il existe un réel q tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = qu_n$
$u_n = u_k + (n - k)r.$	$u_n = u_k \times q^{n-k}$