Index

1 page 68

a)

–3	4,2	0,9	12
–8,7	12,18	2,61	34,6

Une méthode:

Calculons les rapports (les quotients): $\frac{-8{,}7}{-3}=2{,}9$; $\frac{12{,}18}{4{,}2}=2{,}9$; $\frac{2{,}61}{0{,}9}=2{,}9$; $\frac{34{,}6}{12}\neq 2{,}9$

Une autre méthode:

–3×12,18 = – 36,54 et –8,7×4,2 = – 36,54
4,2×2,61 = et 12,18×0,9 = 10,962
0,9×34,6 = 31,14 et 2,61×12 = 31,32

Le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité, car, $\frac{34{,}6}{12}\neq\frac{-8{,}7}{-3}$

ou encore,

Le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité, car, 0,9×34,6 ≠ 2,61×12

b)

$\sqrt{3}-1$	2	$3-\sqrt{3}$	x
1	$\sqrt{3}+1$	$\sqrt{3}$	$y=f(x)$

Une méthode:

Calculons les rapports (les quotients): $\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

$$\frac{\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}=\frac{3\sqrt{3}+3}{9-3}=\frac{3(\sqrt{3}+1)}{3\times 2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

Une autre méthode:

Calculons les produits

$(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = 3 - 1^2 = 2$ et $1\times2 = 2$

$(\sqrt{3} + 1)(3 - \sqrt{3}) = 3\sqrt{3} - 3 + 3 - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

Le tableau est un tableau de proportionnalité, car, $\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$

Pour tout x de la première ligne, on a: $f(x) = \frac{\sqrt{3}+1}{2}\times x$ à la deuxième ligne.

---

2 page 68

a) $\frac{x}{5} = \frac{5}{4}$ équivaut à $x = \frac{25}{4}$

Remarque : L'égalité $\frac{x}{5} = \frac{5}{4}$ équivaut à dire :

le tableau

x	5
5	4

est un tableau de proportionnalité.

b) $\frac{x+2}{4} = \frac{x-1}{3}$ équivaut à $3(x + 2) = 4(x - 1)$

équivaut à $3x + 6 = 4x - 4$

équivaut à $x = 10$

Remarque : L'égalité $\frac{x+2}{4} = \frac{x-1}{3}$ équivaut à dire :

le tableau

$x + 2$	$x - 1$
4	3

est un tableau de proportionnalité.

c) $x \neq 0$ et $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{x} = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ équivaut à $x \neq 0$ et $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3}) = 2x$

équivaut à $x \neq 0$ et $5 - 3 = 2x$

équivaut à $x = 1$

Remarque : L'égalité $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{x} = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ équivaut à dire :

le tableau

$\sqrt{5} - \sqrt{3}$	2
x	$\sqrt{5} + \sqrt{3}$

est un tableau de proportionnalité.

3 page 68

x représente un nombre réel quelconque.
Traduire les phrases par une expression algébrique.

a) Prendre le dixième de x s'écrit: $\frac{1}{10}x$.

La fonction ainsi définie est une fonction linéaire: $x \mapsto \frac{1}{10}x$

b) Ajouter 13 au triple de x s'écrit: $3x + 13$

La fonction ainsi définie est une fonction affine: $x \mapsto 3x + 13$

c) Prendre 15 % de x s'écrit: $0{,}15x$.

La fonction ainsi définie est une fonction linéaire: $x \mapsto 0{,}15x$

d) Retrancher 5 à x et multiplier le résultat par 6 s'écrit: $(x - 5)\times 6$

La fonction ainsi définie est une fonction affine: $x \mapsto 6x - 30$

7 page 68

$g(x) = \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$

1) $g(0) = \frac{1}{3}$, $g(-5) = \frac{-15}{4} + \frac{1}{3} = -\frac{41}{12}$, $g(\frac{1}{3}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$

2) L'image de $\frac{1}{2}$ par g est : $g(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{8} + \frac{1}{3} = \frac{17}{24}$

L'image de -8 par g est : $g(-8) = \frac{3}{4} \times (-8) + \frac{1}{3} = -6 + \frac{1}{3} = -\frac{17}{3}$.

8 page 68

$f(x) = -7x + 2$

1) $-7x + 2 = -4$ équivaut à $x = \frac{6}{7}$

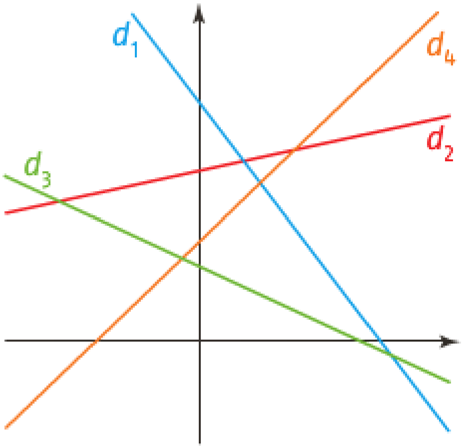
$\frac{6}{7}$ est la solution de l'équation $f(x) = -4$

2) L'antécédent de 0 par f est la solution de l'équation $f(x) = 0$

$-7x + 2 = 0$ équivaut à $x = \frac{2}{7}$

L'antécédent de 0 par f est $\frac{2}{7}$.

15 page 69



1) Les coefficients directeurs sont classés dans l'ordre croissant suivant:
$a_1 < a_3 < a_2 < a_4$
Les ordonnées à l'origine sont classées dans l'ordre croissant suivant:
$b_3 < b_4 < b_2 < b_1$

---

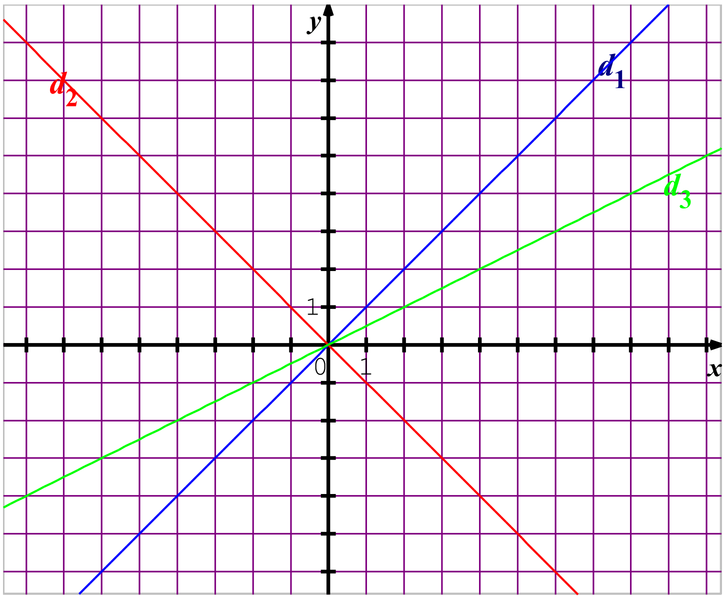
16 page 69

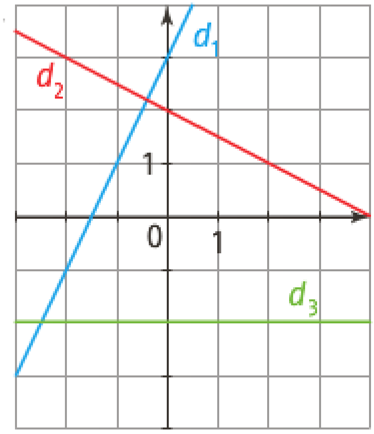
a)

d_1 est la représentation graphique de la fonction f_1 définie par $f_1(x) = x$ (ou $f_1 : x \mapsto x$)

d_2 est la représentation graphique de la fonction f_2 définie par $f_2(x) = -x$ (ou $f_2 : x \mapsto -x$)

d_3 est la représentation graphique de la fonction f_3 définie par $f_3(x) = \frac{1}{2}x$ (ou $f_3 : x \mapsto \frac{1}{2}x$)





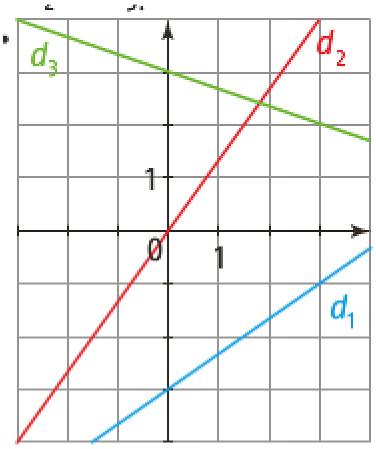
17 page 69

a)

d_1 est la représentation graphique de la fonction f_1 définie par $f_1(x) = 2x + 3$

d_2 est la représentation graphique de la fonction f_2 définie par $f_2(x) = -\frac{1}{2}x + 2$

d_3 est la représentation graphique de la fonction f_3 définie par $f_3(x) = -2$



b)

d_1 est la représentation graphique de la fonction f_1 définie par $f_1(x) = \frac{2}{3}x - 3$

d_2 est la représentation graphique de la fonction f_2 définie par $f_2(x) = \frac{4}{3}x$

d_3 est la représentation graphique de la fonction f_3 définie par $f_3(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

18 page 69

a) Soit f la fonction affine dont la droite représentative passe par les points $A(-2; 3)$ et $B(3; 5)$.

On sait: $f(x) = ax + b$

$f(-2) = 3$ et $f(3) = 5$

On en déduit: $\begin{cases} -2a+b=3 & \text{ligne 1} \\ 3a+b=5 & \text{ligne 2} \end{cases}$

Par différence (ligne 2 – ligne 1) on a: $5a = 2$, d'où $a = \frac{2}{5}$

On peut aussi faire: $a = \frac{y_B - y_A}{x_b - x_A} = \frac{5-3}{3-(-2)} = \frac{2}{5}$

En remplaçant a par $\frac{2}{5}$ dans la ligne 1, il vient: $-2\times\frac{2}{5} + b = 3$, soit $b = 3 + \frac{4}{5} = \frac{19}{5}$

Conclusion: $f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{19}{5}$

Vérification: si $x = -2$ alors $\frac{2}{5}\times(-2) + \frac{19}{5} = ... = 3$ et si $x = 3$ alors $\frac{2}{5}\times 3 + \frac{19}{5} = ... = 5$

b) Soit g la fonction affine dont la droite représentative passe par les points $A(5;\ \frac{2}{3})$ et $B(7;\ \frac{5}{3})$.

On sait: $g(x) = ax + b$

$g(5) = \frac{2}{3}$ et $g(7) = \frac{5}{3}$

On en déduit: $\begin{cases} 5a+b=\frac{2}{3} & \text{ligne 1} \\ 7a+b=\frac{5}{3} & \text{ligne 2} \end{cases}$

Par différence (ligne 2 – ligne 1) on a: $2a = 1$, d'où $a = \frac{1}{2}$

On peut aussi faire: $a = \frac{y_B - y_A}{x_b - x_A} = ... = \frac{1}{2}$

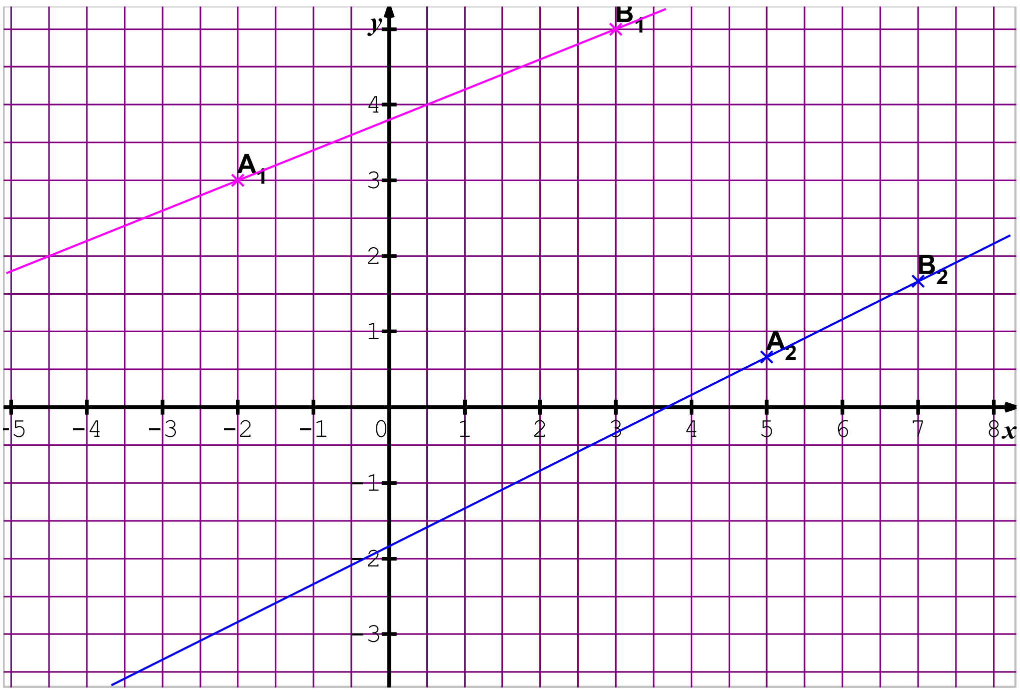
En remplaçant a par $\frac{1}{2}$ dans la ligne 1, il vient: $5\times\frac{1}{2} + b = \frac{2}{3}$, soit $b = \frac{2}{3} - \frac{5}{2} = -\frac{11}{6}$

Conclusion: $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{11}{6}$

Vérification: si $x = 5$ alors $\frac{1}{2}\times 5 - \frac{11}{6} = \frac{15}{6} - \frac{11}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

et si $x = 7$ alors $\frac{1}{2}\times 7 - \frac{11}{6} = \frac{21}{6} - \frac{11}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

Graphique:



33 page 70

a) La phrase: " La taille d'un enfant est proportionnelle à son âge " est une phrase fausse

b) La phrase: " Pour les prix soumis à une TVA de 19,6 %, la taxe est proportionnelle au prix HT " est une phrase vraie.

En effet: Taxe= $\frac{19,6}{100}$ ×PrixHT

c) La phrase: " le périmètre d'un cercle est proportionnel à son diamètre " est une phrase vraie.

En effet: Périmètre = π×Diamètre

d) La phrase: " Sur une carte, les distances sont proportionnelles aux distances réelles " est une phrase vraie.

En effet: Distances sur la carte = échelle×distances réelles.

e) La phrase: " Le volume d'eau contenue dans un cylindre est proportionnel à sa hauteur " est une phrase vraie.

En effet: Volume de l'eau = π R^2 × *hauteur de l'eau* *(R est le rayon du cylindre)*

---

35 page 70

Soldes: 30 % sur l'ensemble des articles

1) Un article coûtant 132 € est soldé à $132\times(1-\frac{30}{100}) = 132\times0,7 = 92,4$ €

2 a) b) Le prix soldé est proportionnel au prix initial.

Le coefficient de proportionnalité est 0,7

Si x est le prix initial, le prix soldé $f(x) = 0,7x$

---

66 page 72

a) $4(-8x+2)-6x = 7+2x$ On développe le membre de gauche ….

$-32x+8-6x = 7+2x$ On réduit le membre de gauche, on ajoute $(-2x)$ et (-8) aux deux membres et on réduit chacun des membres ….

$-40x = -1$

$x = \frac{1}{40}$ $\mathcal{S}_a = \{\frac{1}{40}\}$

b) $7-5(2-4x) = -8(-5+3x)$ On développe les deux membres ….

$7-10+20x = 40-24x$ On réduit …., ….., …... (chaque opération doit être " pensée " ….)

$44x = 43$

$x = \frac{43}{44}$ $\mathcal{S}_b = \{\frac{43}{44}\}$

c) $3,8x-(6+0,4x) = 1,3(6-2,6x)$

$3,8x-6-0,4x = 7,8-3,38x$

$6,78\,x = 13,8$

$x = \frac{13,8}{6,78} = \frac{1380}{678} = \frac{2\times2\times3\times5\times23}{2\times3\times113} = \frac{230}{113}$. $\mathcal{S}_c = \{\frac{230}{113}\}$

d) $6,3(x+1) = -0,7x+2(0,1x+2)$

$6{,}3x + 6{,}3 = -0{,}7x + 0{,}2x + 4$

$6{,}8x = -2{,}3$

$x = -\dfrac{2{,}3}{6{,}8} = -\dfrac{23}{68}$ $\mathscr{S}_d = \{-\dfrac{23}{68}\}$

---

74 page 73

f et g sont deux fonctions affines définies par : $f(x) = 2x - 4$ et $g(x) = -x + 4$

1) représentation graphique :

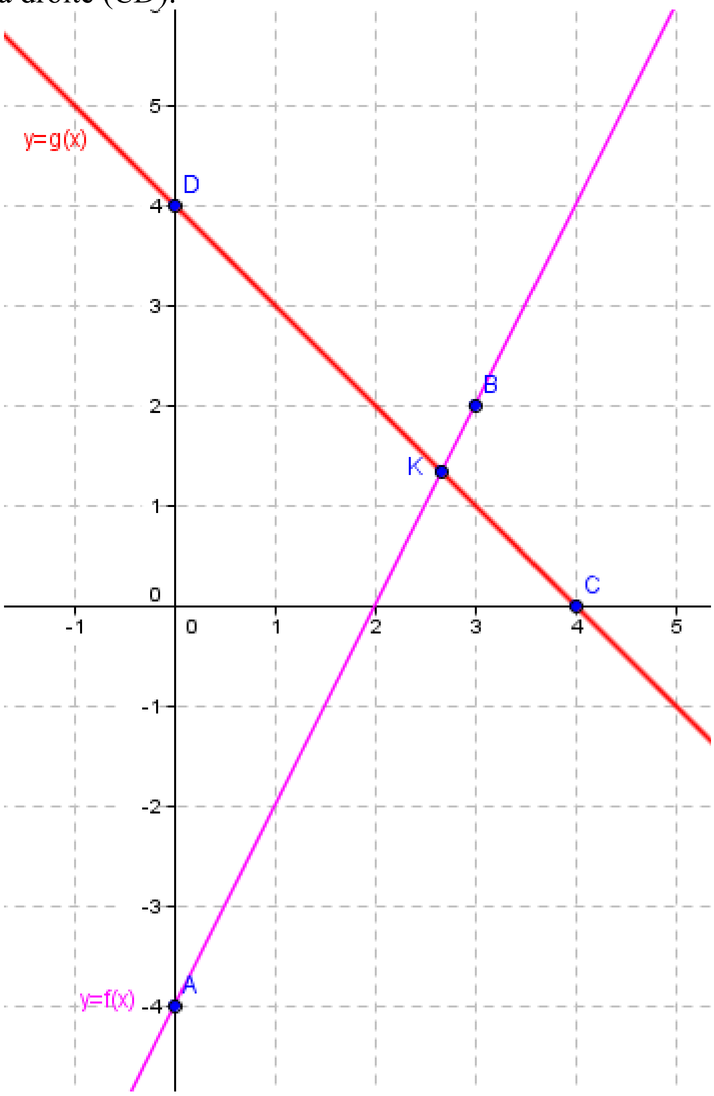
On peut choisir deux points

Par exemple : $f(0) = -4$, on place le point $A(0\ ;\ -4)$ et $f(3) = 2$, on place le point $B(3\ ;\ 2)$

La droite représentant f est la droite (AB).

$g(4) = -4 + 4 = 0$, on place le point $C(4\ ;\ 0)$ et $g(0) = 4$, on place le point $D(0\ ;\ 4)$

La droite représentant f est la droite (CD).



2) a) $f(x) = g(x)$ équivaut à $2x - 4 = -x + 4$

équivaut à $3x = 8$

équivaut à $x = \dfrac{8}{3}$.

b) $\dfrac{8}{3}$ est l'abscisse du point d'intersection K des droites représentatives de f et g.

$f\left(\dfrac{8}{3}\right) = g\left(\dfrac{8}{3}\right) = ... = \dfrac{4}{3}$

Le point $K(\dfrac{8}{3} ; \dfrac{4}{3})$ est commun aux deux droites.

3a) $f(x) > g(x)$ équivaut à $2x - 4 > -x + 4$
équivaut à $3x > 8$
équivaut à $x > \dfrac{8}{3}$.

b) Sur l'intervalle $]\dfrac{8}{3} ; +\infty[$, la droite représentative de f est strictement au-dessus de celle représentative de g.

---

85 page 73

Mise en équation:

On ajoute x au numérateur 23 et x au dénominateur 6, la nouvelle fraction s'écrit: $\dfrac{23+x}{6+x}$

Cette fraction vaut 2

L'équation est: $\dfrac{23+x}{6+x} = 2$

Résolution:

En multipliant les deux membres par $6 + x$, on a:
$23 + x = 12 + 2x$
puis, $x = 11$
Vérification:
$23 + 11 = 34$ et $6 + 11 = 17$ et $\dfrac{34}{17} = 2$
Conclusion:
le nombre ajouté au numérateur et au dénominateur est 11

---

86 page 73

Les données : Un trapèze de hauteur 5 cm,
sa grande base dépasse le petite base de 3 cm.
on note x la dimension de la petite base.

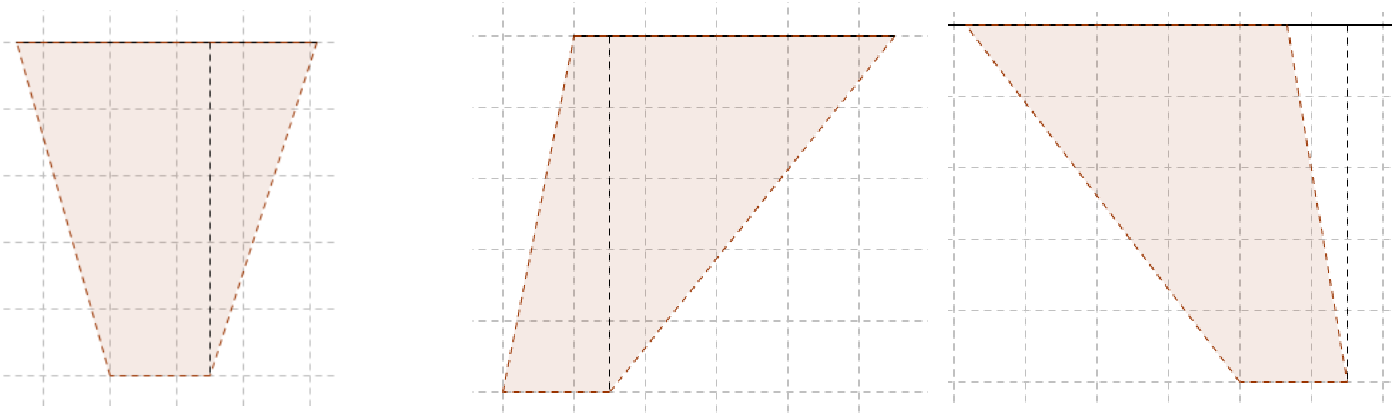
Une formule : $\mathscr{A}$(trapèze) = $\dfrac{(\text{grande base} + \text{petite base})\times \text{hauteur}}{2}$

1) d'où, aire du trapèze : $\mathscr{A}(x) = \dfrac{(x+3+x)\times 5}{2} = \dfrac{10x+15}{2} = 5x + \dfrac{15}{2}$ (en cm²)

L'aire du trapèze est bien une fonction affine : $\mathscr{A} : x \mapsto 5x + \dfrac{15}{2}$

2) Lorsque l'aire du trapèze vaut 15 cm², on a : $5x + \dfrac{15}{2} = 15$, soit : $5x = \dfrac{15}{2}$.

On en déduit : $x = \dfrac{3}{2}$ cm.



Par exemple, ces trois trapèzes sont des figures vérifiant les données et ayant une aire de 15 cm².

93 page 74

1 a) Alexis part de la ville A vers la ville B et roule à la vitesse de 50 km.h^{-1} .

Soit t (en heures) la durée du parcours depuis 8 heures (*date*).

La distance d_1 (en km) parcourue par Alexis vaut : $d_1 = 50t$

b) Jérôme part à 8 h 15 min de la ville A vers la ville B à la vitesse de 60 km.h^{-1} .

Soit t' (en heures) la durée de son parcours depuis 8 heures 15 minutes (*date*). .

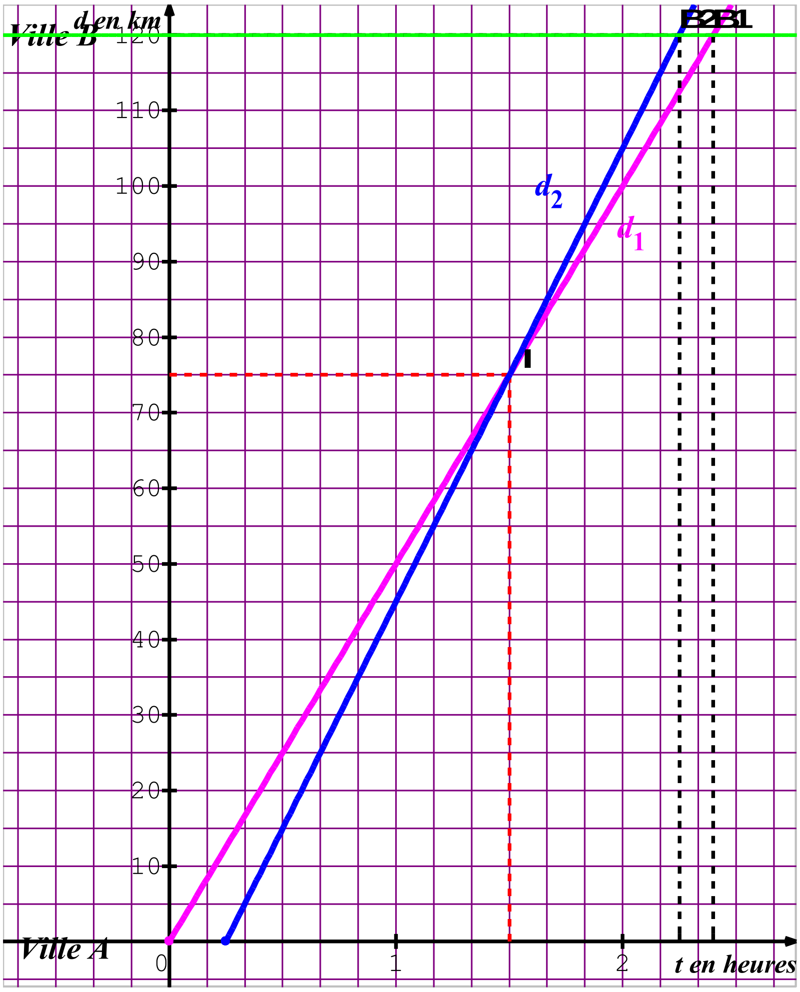
La distance d_2 (en km) parcourue par Jérôme vaut : $d_2 = 60t'$

Or, quand Jérôme part, Alexis a déjà roulé pendant 15 minutes, soit $\dfrac{1}{4} = 0{,}25$ heures.

On a donc : $t + 0{,}25 = t'$ ou encore $t' = t - 0{,}25$

$d_2 = 60t' = 60(t - 0{,}25)$

c) représentation graphique : Les fonctions sont des fonctions affines représentées par deux droites



2) a)

Par lecture graphique : Le point B_1 sur d_1 a pour abscisse 2,4 et pour ordonnée 120.

Alexis arrive à 2,4 heures après 8 heures, soit 10 heures 24 minutes à la ville B.

Le point B_2 sur d_2 a pour abscisse 2,25 et pour ordonnée 120.

Jérôme arrive à 2,25 heures après 8 heures, soit 10 heures 15 minutes à la ville B.

b) Le point I, point d'intersection des deux droites a pour coordonnées (1,5 ; 75).

Jérôme rattrape Alexis à 75 km de A en 1,5 heures, soit : 1 heure 30 minutes depuis le départ d'Alexis.

Il est alors 8 + 1h 30 min = 9h 30 min.

3) Calculs :

Pour Alexis, on résout : $120 = 50t$, d'où, $t = \dfrac{120}{50} = 2{,}4$ heures

Pour Jérôme : $120 = 60(t - 0{,}25)$, d'où, $t - 0{,}25 = \dfrac{120}{60} = 2$, puis : $t = 2{,}25$ heures.

Pour l'intersection, on résout : $50t = 60(t - 0{,}25)$,

soit : $50t = 60t - 15$, puis : $10t = 15$, d'où : $t = 1{,}5$ heures.

Si $t = 1{,}5$, $d_1 = 50\times1{,}5 = 75$ (et $d_2 = 60(1{,}5 - 0{,}25) = 60\times1{,}25 = 75$)