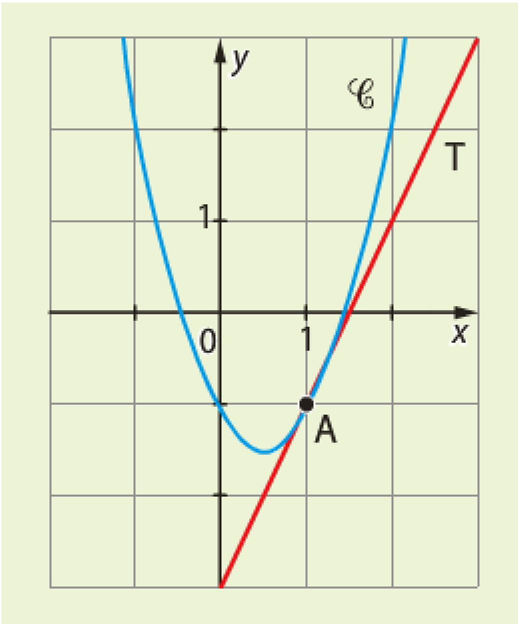
Index

5 page 92

Le nombre dérivé $f'(1)$ en 1 est le coefficient directeur de la droite T tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.



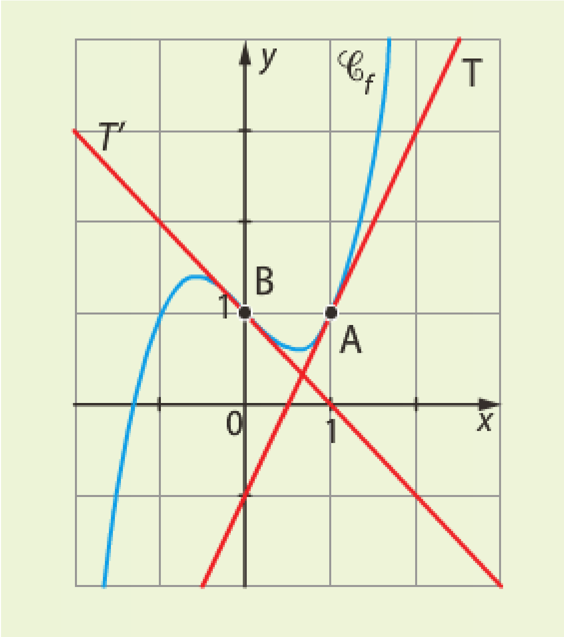
On lit graphiquement : $f'(1) = 2$.

---

8 page 92

Le nombre dérivé $f'(1)$ en 1 est le coefficient directeur de la droite T tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 1.

On lit graphiquement : $f'(1) = 2$.

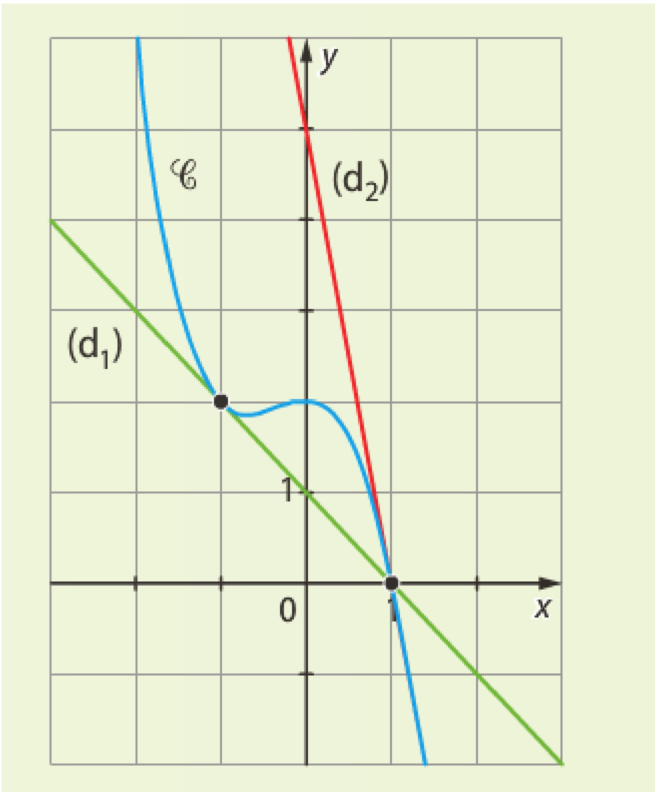


Le nombre dérivé $f'(0)$ en 0 est le coefficient directeur de la droite T′ tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 0.

On lit graphiquement : $f'(0) = -1$.

---

10 page 92



par lecture graphique : $f(-1) = 2$

$f(1) = 0$

Le nombre dérivé $f'(-1)$ en -1 est le coefficient directeur de la droite (d_1) tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1.

On lit graphiquement : $f'(-1) = -1$.

Le nombre dérivé $f'(1)$ en 1 est le coefficient directeur de la droite (d_2) tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

On lit graphiquement : $f'(1) = -5$.

---

42 page 94

g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^2 + 2x$.

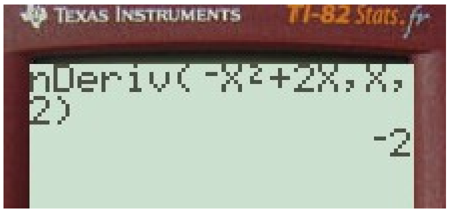
1) $g(2) = -2^2 + 2\times 2 = 0$ et $g(2+h) = -(2+h)^2 + 2(2+h) = -(4 + 4h + h^2) + 4 + 2h = -2h - h^2$

2) Pour $h \neq 0$, on forme le quotient : $\dfrac{g(2+h)-g(2)}{h} = \dfrac{-2h-h^2-0}{h} = -2 - h$.

Quand h tend vers 0, le nombre $2 - h$ tend vers -2.

Comme $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{g(2+h)-g(2)}{h} = -2$, la fonction g est dérivable en 2 et $g'(2) = -2$

3) Vérification à la calculatrice :



Touche " math ", puis en 8 nDeriv(
On entre la fonction, le nom de la variable et l'abscisse en séparant par une virgule)

---

43 page 94

k est définie sur $]-\infty\ ; 0[$ par $k(x) = \dfrac{1}{x}$.

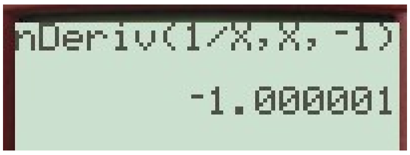
1) $k(-1) = -1$ et $k(-1+h) = \dfrac{1}{-1+h}$

2) $\dfrac{k(-1+h)-k(-1)}{h} = \dfrac{1}{h}\times\left(\dfrac{1}{-1+h}-(-1)\right) = \dfrac{1}{h}\times\left(\dfrac{1-1+h}{-1+h}\right) = \dfrac{1}{-1+h}$.

Quand h tend vers 0, le nombre $\dfrac{1}{-1+h}$ tend vers –1.

comme $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{k(-1+h)-k(-1)}{h} = -1$, la fonction k est dérivable en –1 et $k'(-1) = -1$.

3) La calculatrice ne donne qu'une valeur approchée :



---

66 page 95

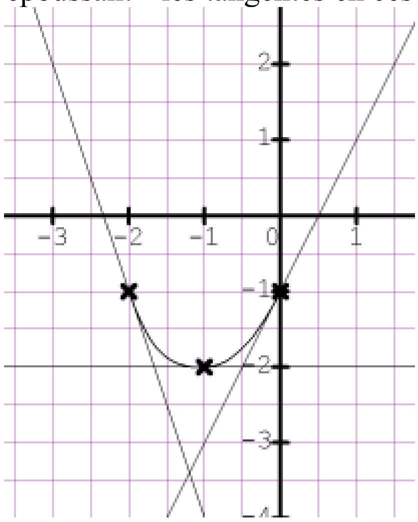
On place les trois points A(–1 ; –2), B(–2 ; –1) et C(0 ; –1)

On trace au point A la droite de coefficient directeur : $f'(-1) = 0$ (droite parallèle à l'axe des abscisses)

au point B la droite de coefficient directeur : $f'(-2) = -3$

au point C la droite de coefficient directeur : $f'(0) = 2$

Toute courbe passant par ses points et " époussant " les tangentes en ces points est une courbe possible.



---

72 page 95

f est une fonction définie par $f : x \mapsto f(x)$ avec

	Fonctions f	Fonctions dérivées f'	Nombre dérivé en –1 : $f'(-1)$	Nombre dérivé en $\sqrt{2}$: $f'(\sqrt{2})$
a)	$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$	$f'(-1) = 3$	$f'(\sqrt{2}) = 6$
b)	$f(x) = x^4$	$f'(x) = 4x^3$	$f'(-1) = -4$	$f'(\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}$
c)	$f(x) = -2x + 5$	$f'(x) = -2$	$f'(-1) = -2$	$f'(\sqrt{2}) = -2$

---

75 page 95

f est une fonction définie par $f : x \mapsto f(x)$ avec $f(x) = x^3$.

1) On a donc : $f'(x) = 3x^2$

a) $f'(0) = 0$ b) $f'(2) = 12$ a) $f'(-1) = 3$ a) $f'(12) = 432$

2) Le coefficient directeur d'une tangente au point d'abscisse a est $f'(a)$

On résout donc : $f'(x) = 48$, soit : $3x^2 = 48$

qui équivaut à $x^2 = 16$, soit : $x = 4$ ou $x = -4$

Il existe deux tangentes à C_f de coefficient directeur 48, l'une au point d'abscisse 4 et d'ordonnée 64, l'autre au point d'abscisse –4 et d'ordonnée –64.

3) L'équation $3x^2 = -108$ n'a aucune solution (un carré est toujours positif ou nul).

Il n'existe aucune tangente à C_f de coefficient directeur strictement négatif.

---

99 page 97

- Reconnaître les opérations sur les fonctions et écrire les " éléments " utiles pour appliquer la " formule "
- Appliquer la formule
- réduire **si nécessaire**

Soit g la fonction définie par $g(x) = 12 - 3x^2$			
Opération	**formule**	**Fonctions**	**dérivées**
g est la **somme** de deux fonctions u et v définies et dérivables sur ℝ.	$(u+v)' = u'+v'$	$u(x) = 12$ $v(x) = -3x^2$	$u'(x) = 0$ $v'(x) = -3\times2x = -6x$
donc g est définie et dérivable sur ℝ , et, pour tout x réel, $g'(x) = 0 - 6x = -6x$			

---

100 page 97

$h(x) = -6x^2 - 7x + 3$ est un polynôme défini et dérivable sur ℝ,
d'où, pour tout x réel, $h'(x) = -6\times2x - 7\times1 + 0 = -12x - 7$

---

103 page 97

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = \left]\frac{3}{4};+\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{1}{3-4x}$			
Opération	**formule**	**Fonctions**	**dérivées**
f est l'**inverse** d'une fonction v définie et dérivable sur I et qui ne s'annule pas sur I.	$\left(\dfrac{1}{v}\right)' = \dfrac{-v'}{v^2}$	$v(x) = 3 - 4x$ (fonction affine)	$v'(x) = 0 - 4 = -4$

donc f est définie et dérivable sur $I = \left]\frac{3}{4};+\infty\right[$, et, pour tout x réel, $f'(x) = \frac{-(-4)}{(3-4x)^2} = \frac{4}{(3-4x)^2}$

104 page 97

g définie sur $\left]-\infty;\frac{4}{3}\right[$ par $g(x) = \frac{3-4x}{3x-4}$ est le quotient de u par v définies par $u(x) = 3-4x$ et $v(x) = 3x-4$,
On a donc : $u'(x) = -4$ et $v'(x) = 3$,
Comme $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-v'u}{v^2}$, on obtient :
pour $x \in \left]-\infty;\frac{4}{3}\right[$, $g'(x) = \frac{-4(3x-4)-3(3-4x)}{(3x-4)^2} = \frac{-12x+16-9+12x}{(3x-4)^2} = \frac{7}{(3x-4)^2}$

106 page 98

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.			
Opération	**formule**	**Fonctions**	**dérivées**
f est le **quotient** de deux fonctions u et v définies et dérivables sur $\mathbb{R}$. La fonction v **s'annule** pour $x = 1$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-v'u}{v^2}$	$u(x) = x-1$ $v(x) = x+1$ (fonctions affines)	$u'(x) = 1-0 = 1$ $v'(x) = 1+0 = 1$
donc f est définie et dérivable sur chacun des intervalles : $]-\infty;1[$ et $]1;+\infty[$, et, pour tout x réel **différent** de 1, $f'(x) = \frac{1\times(x+1)-1\times(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x+1}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$			

107 page 98

g définie sur $]-\infty\ ;-4[\ \cup\ ]-4\ ;+\infty[$ par $g(x) = \frac{2x+3}{x+4}$ est le quotient de u par v définies par $u(x) = 2x+3$ et $v(x) = x+4$
On a donc : $u'(x) = 2$ et $v'(x) = 1$.
Comme $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-v'u}{v^2}$, on obtient :
pour $x \neq -4$, $g'(x) = \frac{2(x+4)-1\times(2x+3)}{(x+4)^2} = \frac{5}{(x+4)^2}$