

Index

| | |
|---|-------------------|
| 7 page 198..... | 1 |
| 11 page 198..... | 1 |
| 12 page 198..... | 1 |
| 13 page 198..... | 2 |
| 15 page 199..... | 2 |
| 22 page 199..... | 2 |
| 27 page 200..... | 3 |
| 32 page 120..... | 4 |
| 46 page 202..... | 4 |
| 55 page 204..... | 5 |
| 75 page 208 la fête de l'école..... | 6 |

7 page 198

La variable aléatoire X prend les valeurs 0, 1, 2 ou 3.

Puisque le musicien prend au hasard une partition, la loi de probabilité suit le modèle d'équiprobabilité.

D'après les données : $P(X = 1) = \frac{4}{100}$, $P(X = 2) = \frac{2}{100}$, $P(X = 3) = \frac{0,8}{100}$ et

$$P(X = 0) = 1 - \frac{4+2+0,8}{100} = \frac{93,2}{100}$$

| | | | | | |
|-------|----------------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|-------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | Total |
| p_i | $\frac{93,2}{100} = 0,932$ | $\frac{4}{100} = 0,04$ | $\frac{2}{100} = 0,02$ | $\frac{0,8}{100} = 0,008$ | 1 |

11 page 198

| | | | | |
|------------------|-----|-----|-----|-------|
| x_i | 5 | 10 | 14 | Total |
| $p_i = P(X=x_i)$ | a | 0,4 | 0,3 | 1 |

1) $a = 1 - (0,4 + 0,3) = 0,3$

2) $p(X \geq 10) = p(X = 10) + p(X = 14) = 0,4 + 0,3 = 0,7$

12 page 198

| | | | | | |
|------------------|------|------|------|-----|-------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | Total |
| $p_i = P(X=x_i)$ | 0,45 | 0,35 | 0,15 | m | 1 |

Probabilités, variables aléatoires

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

$$1) m = 1 - (0,45 + 0,35 + 0,15) = 0,05$$

$$2) p(X \leq 1) = p(X = 0) + p(X = 1) = 0,45 + 0,35 = 0,8$$

$$P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,45 = 0,55$$

13 page 198

| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | Total |
|------------------|------|------|------|-----|-------|
| $p_i = P(X=x_i)$ | 0,91 | 0,06 | 0,02 | a | 1 |

$$1) a = 1 - (0,91 + 0,06 + 0,02) = 0,01$$

$$2) p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0,91 = 0,09$$

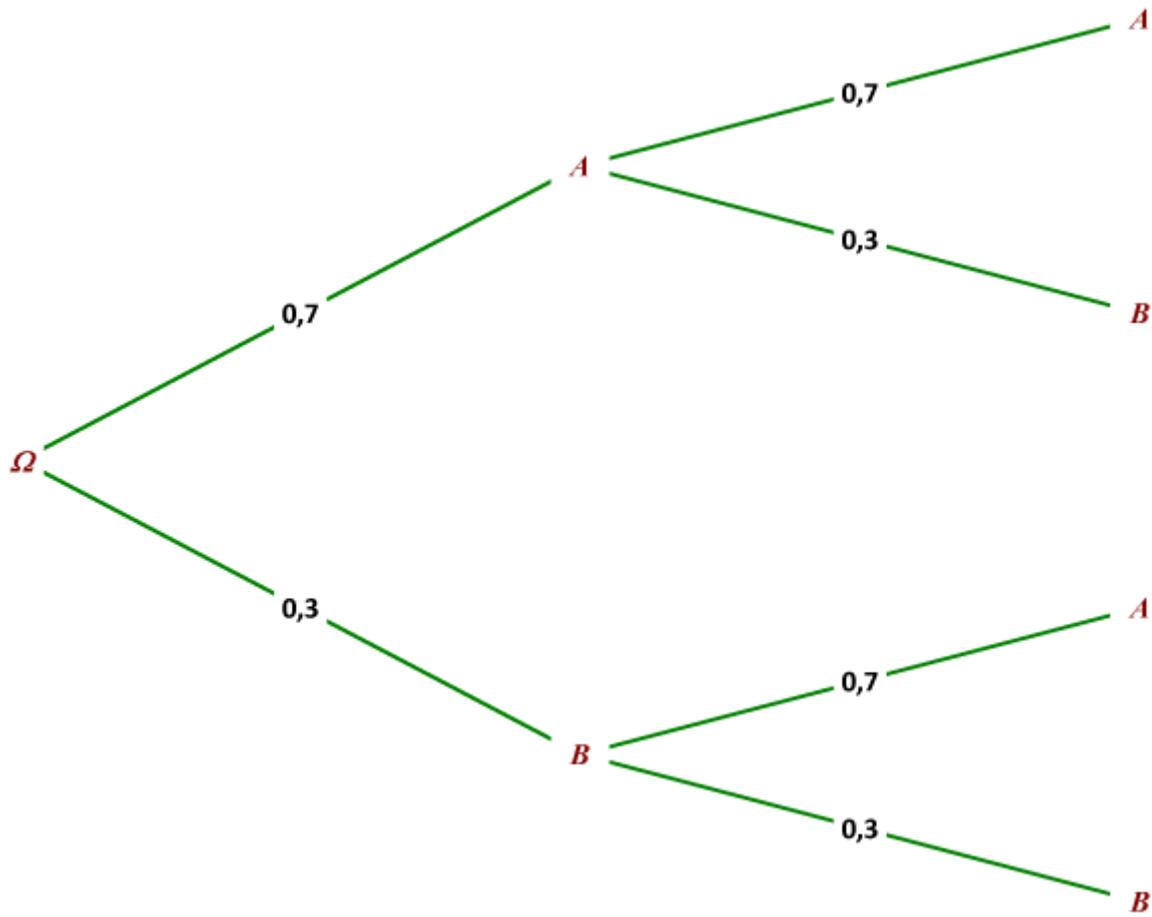
$$3) P(\text{" moins de deux incidents "}) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0,91 + 0,06 = 0,97$$

15 page 199

| x_i | 1 | 2 | 5 | Total |
|------------------|-----|-----|-----|--------------|
| $p_i = P(X=x_i)$ | 0,4 | 0,5 | 0,1 | 1 |
| $p_i x_i$ | 0,4 | 1 | 0,5 | $E(X) = 1,9$ |

L'espérance mathématique de X est : $E(X) = 1 \times 0,4 + 2 \times 0,5 + 5 \times 0,1 = 1,9$

22 page 199



A peut être réalisé 0, 1 ou 2 fois.

$$P(X = 0) = P(BB) = 0,3 \times 0,3 = 0,09$$

$$P(X = 1) = P(AB) + P(BA) = 0,7 \times 0,3 + 0,3 \times 0,7 = 2 \times 0,21 = 0,42$$

$$P(X = 2) = P(AA) = 0,7 \times 0,7 = 0,49$$

On peut vérifier : $0,09 + 0,42 + 0,49 = 1$

Complément : l'espérance mathématique de X est $E(X) = 0 \times 0,09 + 1 \times 0,42 + 2 \times 0,49 = 0,42 + 0,98 = 1,4$

27 page 200

" au hasard " d'où, la loi de probabilité suit l'hypothèse d'équiprobabilité.

Chaque billet a donc 1 chance sur 120 d'être tiré.

La variable aléatoire X prend les valeurs : 0 ; 1 ; 2 ; 4

$$P(X = 4) = \frac{3}{120}, P(X = 2) = \frac{6}{120}, P(X = 1) = \frac{42}{120} \text{ et } P(X = 0) = \frac{120 - 3 - 6 - 42}{120} = \frac{69}{120}$$

$$\text{Complément : } E(X) = \frac{4 \times 3}{120} + \frac{2 \times 6}{120} + \frac{1 \times 42}{120} + \frac{0 \times 69}{120} = \frac{12 + 12 + 42 + 0}{120} = \frac{66}{120} = \frac{11}{20}$$

32 page 120

1) Nombre de dominos.

On compte les paires $\{0 ; 0\}$, $\{0 ; 1\}$, $\{0 ; 2\}$, ..., $\{0 ; 6\}$ soit 7 paires
 $\{1 ; 1\}$, $\{1 ; 2\}$, ..., $\{1 ; 6\}$ soit 6 paires
 $\{2 ; 2\}$, ..., $\{2 ; 6\}$ soit 5 paires

jusqu'à la paire $\{6 ; 6\}$.

On a donc : $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ paires

Autre méthode :

Le nombre de dominos « non doubles » est $\frac{7 \times 6}{2} = 21$ puisque sur un domino non double, on choisit un nombre de 0 à 6 (7 possibilités) et sur l'autre partie un autre nombre (6 possibilités).

On divise par deux car, par exemple, le domino 5-4 est le même que le domino 4-5.
 Comme il y a 7 dominos « doubles », il y a ainsi $21 + 7 = 28$ dominos dans un jeu.

2) En choisissant "au hasard un domino la probabilité d'obtenir un " double " est $P(\text{" double "}) = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$.

3) X prend les valeurs 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 et -1

loi de probabilité de X

| | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------------------|------------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | -1 | Total |
| p_i | $\frac{1}{28}$ | $\frac{21}{28}$ | 1 |
| $p_i x_i$ | 0 | $\frac{1}{28}$ | $\frac{2}{28}$ | $\frac{3}{28}$ | $\frac{4}{28}$ | $\frac{5}{28}$ | $\frac{6}{28}$ | $-\frac{21}{28}$ | $E(X) = 0$ |

46 page 202

On sait que la loi de probabilité de X est :

| | | | | | | | |
|-------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|-------|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
| p_i | $\frac{1}{32}$ | $\frac{5}{32}$ | $\frac{10}{32}$ | $\frac{10}{32}$ | $\frac{5}{32}$ | $\frac{1}{32}$ | 1 |

Un joueur mise 2 €. (Il perd les 2 €.)

Les valeurs prises par Y sont : $12 - 2 = 10$ lorsque la bille franchit les portes 1 ou 6.

$2 - 2 = 0$ lorsque la bille franchit les portes 3 ou 4.

$0 - 2 = -2$ lorsque la bille franchit les portes 2 ou 5.

La loi de probabilité de Y est :

Probabilités, variables aléatoires

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

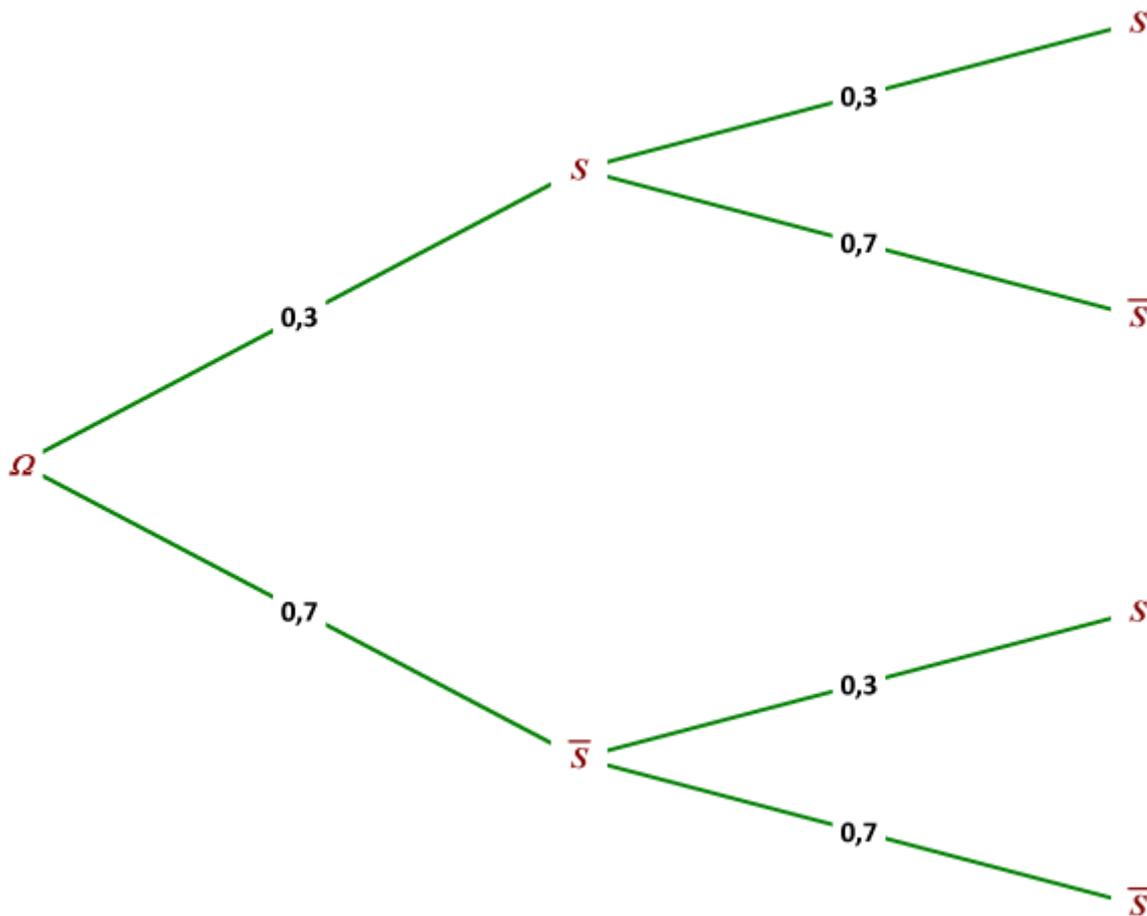
| | | | | |
|-----------------------|------------------|-----------------|-----------------|--------------------------------|
| y_i | -2 | 0 | 10 | Total |
| $P(Y=y_i)$ | $\frac{10}{32}$ | $\frac{20}{32}$ | $\frac{2}{32}$ | 1 |
| $P(Y=y_i) \times y_i$ | $\frac{-20}{32}$ | 0 | $\frac{20}{32}$ | $\sum_{i=1}^{i=3} p_i y_i = 0$ |

$$E(Y) = -2 \times \frac{10}{32} + 0 \times \frac{20}{32} + 10 \times \frac{2}{32} = 0$$

Le jeu est équitable.

55 page 204

Arbre pondéré (construit avec Sinequanon)



a) $P(\text{" Les deux personnes interrogées sont satisfaites "}) = P(SS) = 0,3^2 = 0,09$

b) $P(\text{" Au moins une des deux personnes interrogées est satisfaite "}) = 1 - P(\overline{SS}) = 1 - 0,7^2 = 0,51$

Commentaire :

L'événement contraire de " au moins un est ... " est " aucun n'est ... "

En dénombrant tous les cas de " au moins un ... ", on a ici : $P(SS) + P(S\overline{S}) + P(\overline{S}S) = 0,09 + 0,21 + 0,21 = 0,51$

75 page 208 la fête de l'école

La roue est partagée en quatre secteurs égaux ayant la même probabilité.

Dans le tableau des résultats ($4 \times 4 = 16$ cases), chaque issue (chaque case) a donc la probabilité égale à $\frac{1}{16}$.

1) Tableau des gains (positifs).

| | | | | |
|------------------|----|----|----|----|
| Roue 1 Roue 2 | 10 | 0 | 5 | 0 |
| 10 | 20 | 10 | 15 | 10 |
| 0 | 10 | 0 | 5 | 0 |
| 5 | 15 | 5 | 10 | 5 |
| 0 | 10 | 0 | 5 | 0 |

2) Loi de probabilité de G .

G prend donc les valeurs : 0, 5, 10, 15, 20

$$P(G=0) = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4}, P(G=5) = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4}, P(G=10) = 5 \times \frac{1}{16} = \frac{5}{16}, P(G=15) = 2 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{8}, P(G=20) = \frac{1}{16}.$$

$$3) P(G > 10) = P(G=15) + P(G=20) = \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

$$4) E(G) = 0 \times \frac{4}{16} + 5 \times \frac{4}{16} + 10 \times \frac{5}{16} + 15 \times \frac{2}{16} + 20 \times \frac{1}{16} = \frac{0+20+50+30+20}{16} = \frac{120}{16} = 7,5 \text{ €}.$$

Interprétation : le joueur gagne en moyenne par partie 7,5 € après avoir misé 10 €.

L'organisateur de la loterie gagne en moyenne $10 - 7,5 = 2,5$ € par partie.

On peut faire un tableau :

| | | | | | | |
|--------------------|------------------------------|------------------------------|----------------|------------------------------|----------------|--------------|
| g_i | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | Total |
| $p_i = P(G = g_i)$ | $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ | $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ | $\frac{5}{16}$ | $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ | $\frac{1}{16}$ | 1 |
| $p_i \times g_i$ | 0 | $\frac{5}{4}$ | $\frac{25}{8}$ | $\frac{15}{8}$ | $\frac{5}{4}$ | $E(G) = 7,5$ |