Index

Activité 1 : Jeu de fléchettes....1
Activité 2 : les routes du succès....4
6 page 228....7
7 page 228....7
13 page 228....8
20 page 229....9
23 page 229....9
27 page 230....10
34 page 231 (exercice corrigé dans le livre)....11
74 page 234....11
75 page 234....11
92 page 240....11
94 page 240....12
I- Épreuve de Bernoulli et loi de Bernoulli....13
I-1- Définition....13
I-2- Propriété :....13
II- Schéma de Bernoulli et loi binomiale....13
II-1- Définition....13
II-2- Les coefficients binomiaux....13
II-3- Les formules....14
II-3-1 Calcul des probabilités....14
II-3-2- Espérance mathématique d'une variable aléatoire suivant la loi b(n ; p)....14
II-4- L'utilisation de la calculatrice, représentation graphique....15
III- Intervalle de fluctuation- Prise de décision....15

Activité 1 : Jeu de fléchettes

Comprendre :

Les lancers sont **indépendants** :

le résultat d'un lancer n'a pas d'influence sur la probabilité du résultat suivant (il n'y a pas d'apprentissage).

La probabilité d'arriver sur chaque secteur est identique : (**hypothèse d'équiprobabilité**). La loi de probabilité est une loi uniforme.

Soit S l'événement : " la fléchette se fixe sur un secteur gagnant " (S comme **Succès**)

L'événement contraire est noté $\overline{S}$ ou E (E comme **Echec**)

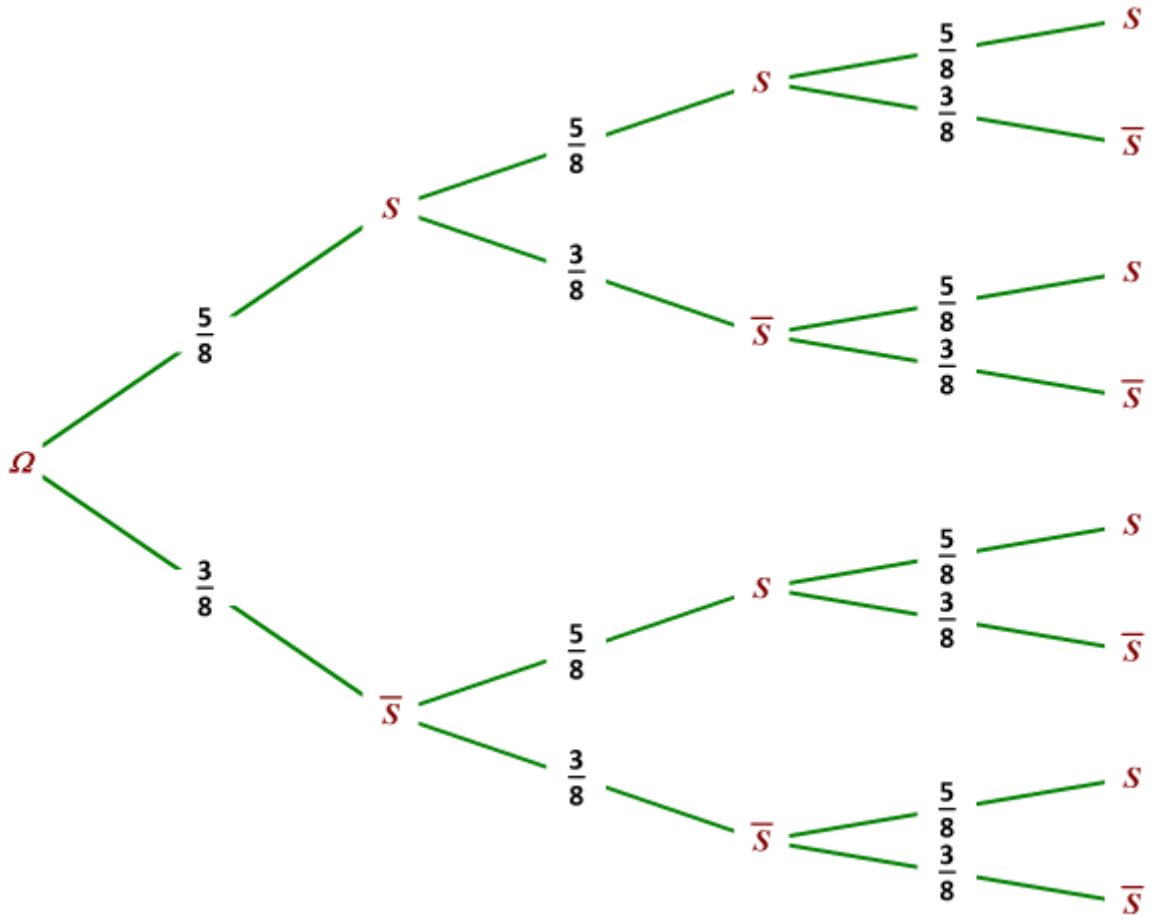
1) Par conséquent : $P(S) = \frac{5}{8}$ puisque sur huit secteurs identiques, 5 secteurs rapportent un point.

Trois fléchettes (trois lancers indépendants)

2) X variable aléatoire qui associe le nombre de fois où la fléchette rapporte un point.

(X peut prendre 4 valeurs : 0, 1, 2, 3)

a) **Arbre pondéré** :



b) $P(X = 0) = P(\overline{S}\overline{S}\overline{S}) = \left(\frac{3}{8}\right)^3 = \frac{27}{512}$

$P(X = 3) = P(SSS) = \left(\frac{5}{8}\right)^3 = \frac{125}{512}$

c) L'événement (X = 1) est associé aux chemins $S\overline{S}\overline{S}$, $\overline{S}S\overline{S}$ et $\overline{S}\overline{S}S$.

Chacun de ces chemins ont pour probabilité : $\frac{5}{8}\times\frac{3}{8}\times\frac{3}{8} = \frac{5}{8}\times\left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{45}{512}$

L'événement (X = 1) est la réunion des trois événements $S\overline{S}\overline{S}$, $\overline{S}S\overline{S}$ et $\overline{S}\overline{S}S$ qui sont incompatibles deux à deux.

On a donc : $P(X = 1) = 3\times\frac{5}{8}\times\left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{135}{512}$.

d) L'événement (X = 2) est associé aux chemins $SS\overline{S}$, $S\overline{S}S$ et $\overline{S}SS$.

Chacun de ces chemins ont pour probabilité : $\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}\times\frac{3}{8} = \left(\frac{5}{8}\right)^2\times\frac{3}{8} = \frac{75}{512}$

L'événement (X = 2) est la réunion des trois événements $SS\overline{S}$, $S\overline{S}S$ et $\overline{S}SS$ qui sont incompatibles deux à deux.

On a donc : P(X = 2) = $3\times\left(\frac{5}{8}\right)^2\times\frac{3}{8} = \frac{225}{512}$.

e) f) Loi de probabilité de X et espérance mathématique de X (E(X))

x_i	0	1	2	3	Total
$P(X=x_i)=p_i$	$\frac{27}{512}$	$\frac{135}{512}$	$\frac{225}{512}$	$\frac{125}{512}$	1
$p_i x_i$	0	$\frac{135}{512}$	$\frac{450}{512}$	$\frac{375}{512}$	E(X) = 0 + $\frac{135}{512}$ + $\frac{450}{512}$ + $\frac{375}{512}$ = $\frac{960}{512}$ = $\frac{15}{8}$

E(X) = $\frac{15}{8} = 3\times\frac{5}{8}$

3) En cas de lancers de 5 fléchettes, la variable aléatoire Y associe le nombre de fois où la fléchette rapporte un point

On peut conjecturer d'après la remarque du 2/ que E(Y) = $5\times\frac{5}{8}$

Compléments :

Imaginer un arbre avec 5 lancers …

De façon évidente P(Y = 0) = $\left(\frac{3}{8}\right)^5$ et P(Y = 5) = $\left(\frac{5}{8}\right)^5$

Pour (Y = 1), on a : $S\overline{SSSS}$ ou $\overline{S}S\overline{SSS}$ ou $\overline{SS}S\overline{SS}$ ou $\overline{SSS}S\overline{S}$ ou $\overline{SSSS}S$

d'où : P(Y = 1) = $5\times\frac{5}{8}\times\left(\frac{3}{8}\right)^4$

pour P(Y = 4), on a : $SSSS\overline{S}$ ou $SSS\overline{S}S$ ou $SS\overline{S}SS$ ou $S\overline{S}SSS$ ou $\overline{S}SSSS$

d'où : P(Y = 4) = $5\times\left(\frac{5}{8}\right)^4\times\frac{3}{8}$

remarquer que le nombre de chemins est le même pour (Y = 1) et (Y = 4) puisque cela correspond à placer S et $\overline{S}$ sur 5 places possibles.

Pour (Y = 2), on a : $SS\overline{SSS}$ ou $S\overline{S}S\overline{SS}$ ou $S\overline{SS}S\overline{S}$ ou $S\overline{SSS}S$ ou $\overline{S}SS\overline{SS}$ ou $\overline{S}S\overline{S}S\overline{S}$ ou $\overline{S}S\overline{SS}S$ ou $\overline{SS}SS\overline{S}$ ou $\overline{SS}S\overline{S}S$ ou $\overline{SSS}SS$

d'où P(Y = 2) = $10\times\left(\frac{5}{8}\right)^2\times\left(\frac{3}{8}\right)^3$

et de même P(Y = 3) = $10\times\left(\frac{5}{8}\right)^3\times\left(\frac{3}{8}\right)^2$

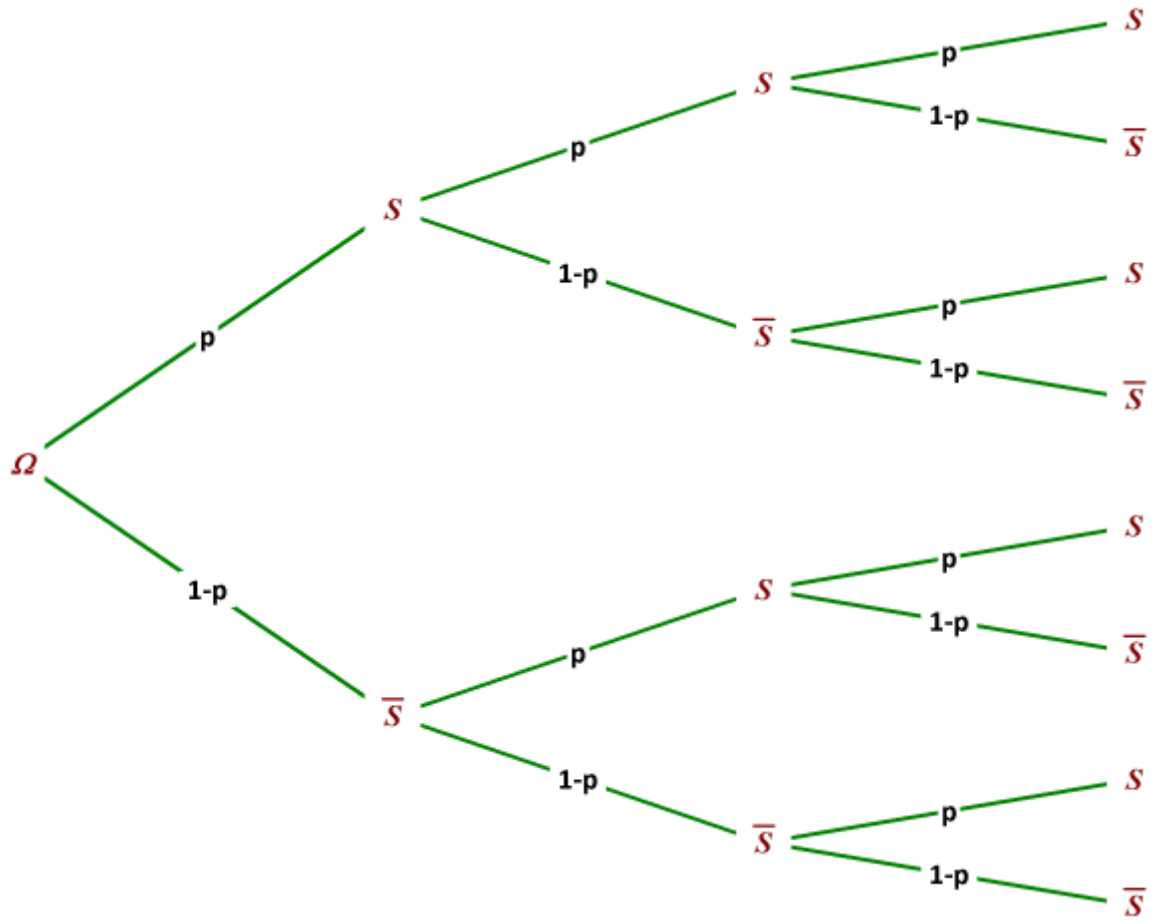
y_i	0	1	2	3	4	5
$P(Y=y_i)=p_i$	$\left(\frac{3}{8}\right)^5$	$5\times\frac{5}{8}\times\left(\frac{3}{8}\right)^4$	$10\times\left(\frac{5}{8}\right)^2\times\left(\frac{3}{8}\right)^3$	$10\times\left(\frac{5}{8}\right)^3\times\left(\frac{3}{8}\right)^2$	$5\times\left(\frac{5}{8}\right)^4\times\frac{3}{8}$	$\left(\frac{5}{8}\right)^5$

$$E(Y) = 0\times\left(\frac{3}{8}\right)^5 + 1\times5\times\left(\frac{5}{8}\right)\times\left(\frac{3}{8}\right)^4 + 2\times10\times\left(\frac{5}{8}\right)^2\times\left(\frac{3}{8}\right)^3 + 3\times10\times\left(\frac{5}{8}\right)^3\times\left(\frac{3}{8}\right)^2 + 4\times15\times\left(\frac{5}{8}\right)\times\left(\frac{3}{8}\right)^4 + 5\times\left(\frac{5}{8}\right)^5$$

$$= 5\times\frac{5}{8} = \frac{25}{8}$$

Activité 2 : les routes du succès

1) L'arbre pondéré est identique à celui de l'activité 1, sauf, qu'on ne connaît pas la valeur de *p*.



2) Nombre de chemins :

pour 3 succès : 1 chemin

pour 2 succès : 3 chemins

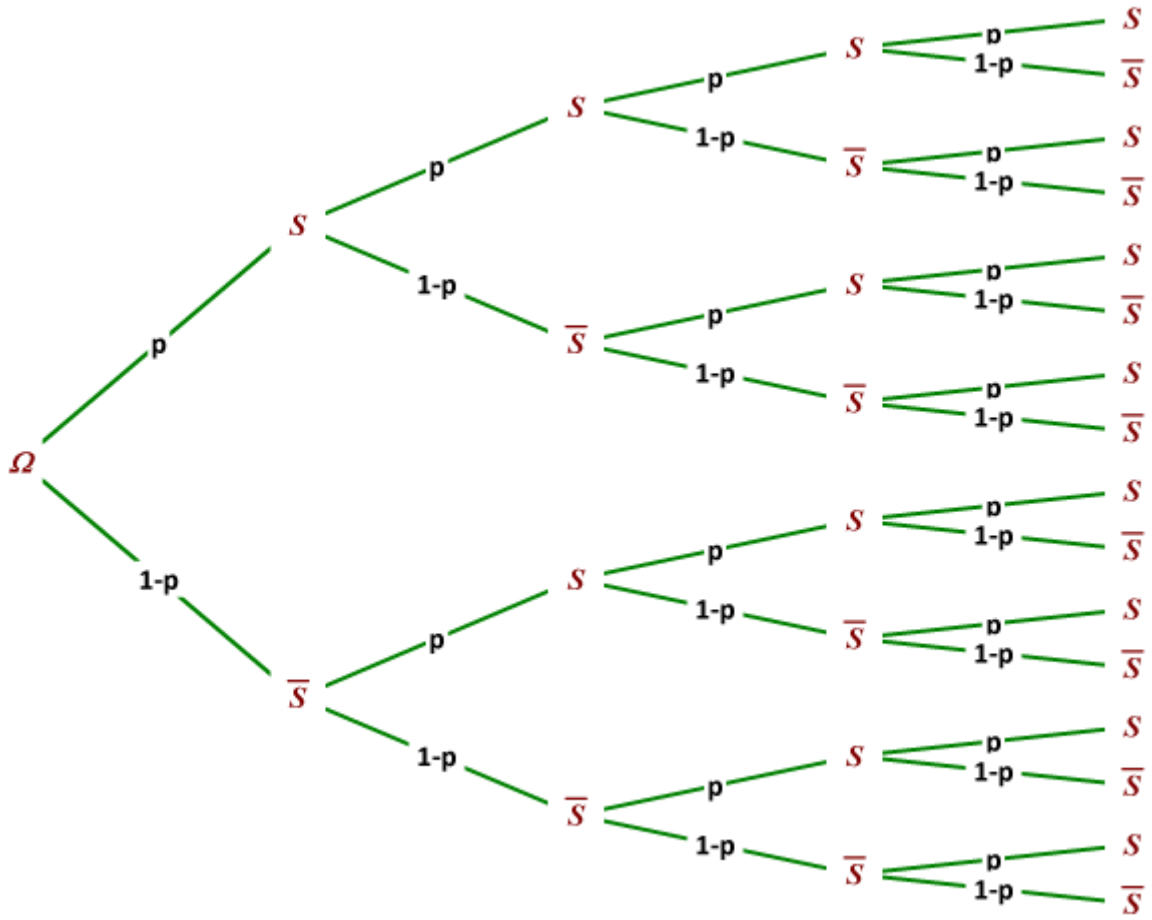
pour 1 succès : 3 chemins

3) Il revient au même de comptabiliser le nombre de succès que le nombre d'échecs.

S'il y a deux succès sur trois parties, c'est qu'il y a un échec.

S'il y a un succès sur trois parties, c'est qu'il y a deux échecs.

4) a) Avec un quatrième match …



Nombre de chemins lors de **4 épreuves de Bernoulli répétées identiques et indépendantes** :

pour 4 succès : 1 chemin	c-à-d-	0 échec
pour 3 succès : 4 chemins	c-à-d-	1 échec
pour 2 succès : 6 chemins	c-à-d-	2 échecs
pour 1 succès : 4 chemins	c-à-d-	3 échecs
pour 0 succès : 1 chemin	c-à-d-	4 échecs

Complément :

Comment " passer " de n répétitions à n+1 répétitions ?

On suppose connu le nombre de chemins donnant les succès parmi les n épreuves.

On cherche le nombre N de chemins donnant k succès parmi les $(n + 1)$ épreuves.

* soit la dernière épreuve est un succès (1)

* soit la dernière épreuve est un échec (2)

Si (1), on avait donc $k - 1$ succès parmi n épreuves. On note N_1 le nombre de chemins donnant $k - 1$ succès parmi n.

Si (2), on avait donc k succès parmi n épreuves. On note N_2 le nombre de chemins donnant k succès parmi n.

Finalement : $N = N_1 + N_2$

Illustration :

Dans l'activité 2, on sait :

pour 3 épreuves :

nombre de chemins donnant 2 succès : 3 ($N_1 = 3$)

nombre de chemins donnant 3 succès : 1 ($N_2 = 1$)

pour 4 épreuves :

nombre de chemins donnant 3 succès : 3 + 1 = 4 ($N = N_1 + N_2$)

Sion ajoute une épreuve :

pour 4 épreuves :

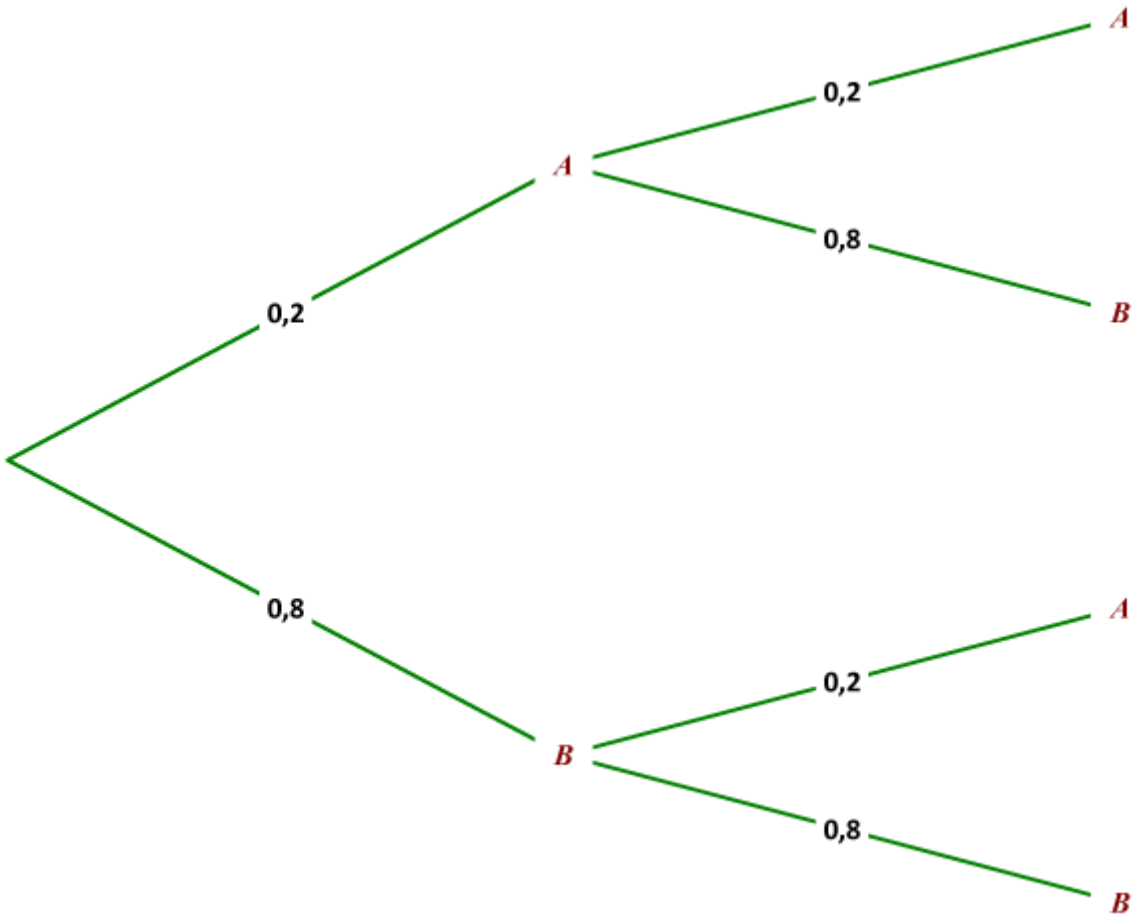
nombre de chemins donnant 2 succès : 6 ($N_1 = 6$)

nombre de chemins donnant 3 succès : 4 ($N_2 = 4$)

pour 5 épreuves :

nombre de chemins donnant 3 succès : 6+ 4 = 10 ($N = N_1 + N_2$)

6 page 228



L'arbre schématise un schéma de Bernoulli de paramètres 2 et 0,2.

En effet, on a la répétition de façon identique et indépendante (même probabilité pour l'épreuve répétée) d'une épreuve à deux issues A et B et la probabilité de A est 0,2.

La variable aléatoire X égale au nombre de réalisations de A suit donc la loi binomiale $\mathcal{B}(2 ; 0,2)$

$P(X = 2) = P(AA) = 0,2\times0,2 = 0,04$

$P(X = 1) = P(AB) + P(BA) = 0,2\times0,8 + 0,2\times0,8 = 2\times0,2\times0,8 = 0,32$

Complément : $P(X = 0) = P(BB) = 0,8\times0,8 = 0,64$

$0,04 + 0,32 + 0,64 = 1$

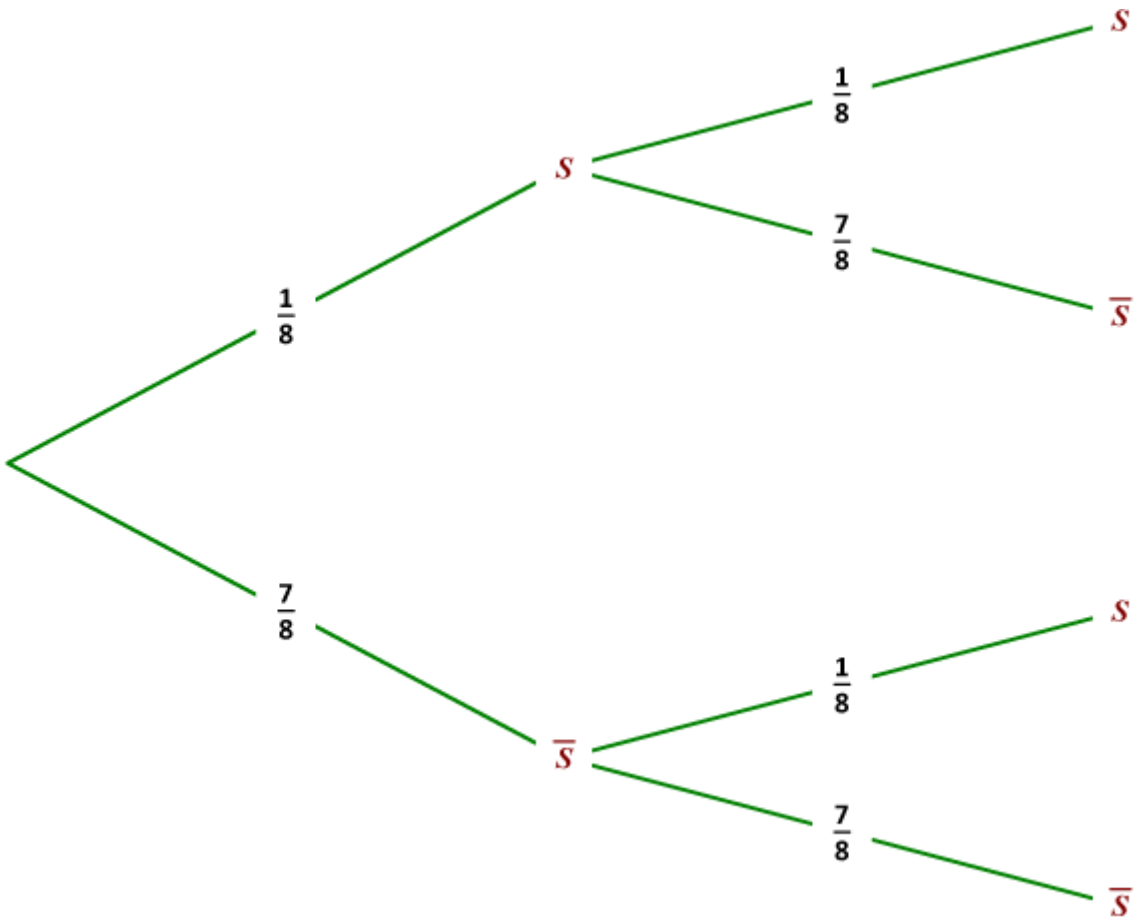
---

7 page 228

Arbre où S est l'événement " obtenir un as ".

Comme on remet la carte les deux tirages sont identiques et indépendants.

Comme il y a 4 as dans le jeu de 32 cartes, on a : $P(S) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$



La variable aléatoire X qui prend pour valeurs le nombre de fois où la carte obtenue est un As suit la loi binomiale $\mathscr{B}(2\ ;\ \frac{1}{8})$.

$P(X = 1) = 2\times\frac{1}{8}\times\frac{7}{8} = \frac{7}{32}$.

$P(X \leqslant 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{7}{8}\times\frac{7}{8}+\frac{7}{32} = \frac{49+14}{64} = \frac{63}{64}$

ou bien

$P(X \leqslant 1) = 1 - P(X = 2) = 1 - \frac{1}{8}\times\frac{1}{8} = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$.

---

13 page 228

Puisque la pièce est bien équilibrée, la probabilité du succès est $P(S) = \frac{1}{2}$.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de succès sur 10 lancers, X suit la loi binomiale de paramètres 10

et $\frac{1}{2}$, $\mathscr{B}(10\ ;\ \frac{1}{2})$

$P(X = 3) = \binom{10}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \binom{10}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

---

20 page 229

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0{,}3$.

1) L'espérance mathématique de X est : $E(X) = 5\times 0{,}3 = 1{,}5$

2) $P(X = 2) = \binom{5}{2} 0{,}3^2 \times (1-0{,}3)^3 = 10\times 0{,}3^2 \times 0{,}7^3 = 0{,}3087$

3) $P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

$= \binom{5}{0} 0{,}7^5 + \binom{5}{1} \times 0{,}3^1 \times 0{,}7^4 + 0{,}3087$

$= 1\times 0{,}16807 + 5\times 0{,}3\times 0{,}2401 + 0{,}3087$

$= 0{,}83692$

---

23 page 229

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}6$

X	Y1
0	1E-4
1	.00168
2	.01229
3	.05476
4	.16624
5	.3669
6	.61772
7	.83271
8	.95364
9	.99395
10	1

1) Table de valeurs

Y1=binomFRép(10,0.6,X)

2) On lit $P(X \leqslant 3) = 0{,}05476$ et $P(X \leqslant 2) = 0{,}01229$

Le plus petit entier a tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}025$ est 3

3) On lit $P(X \leqslant 9) = 0{,}95364$ et $P(X \leqslant 8) = 0{,}83271$

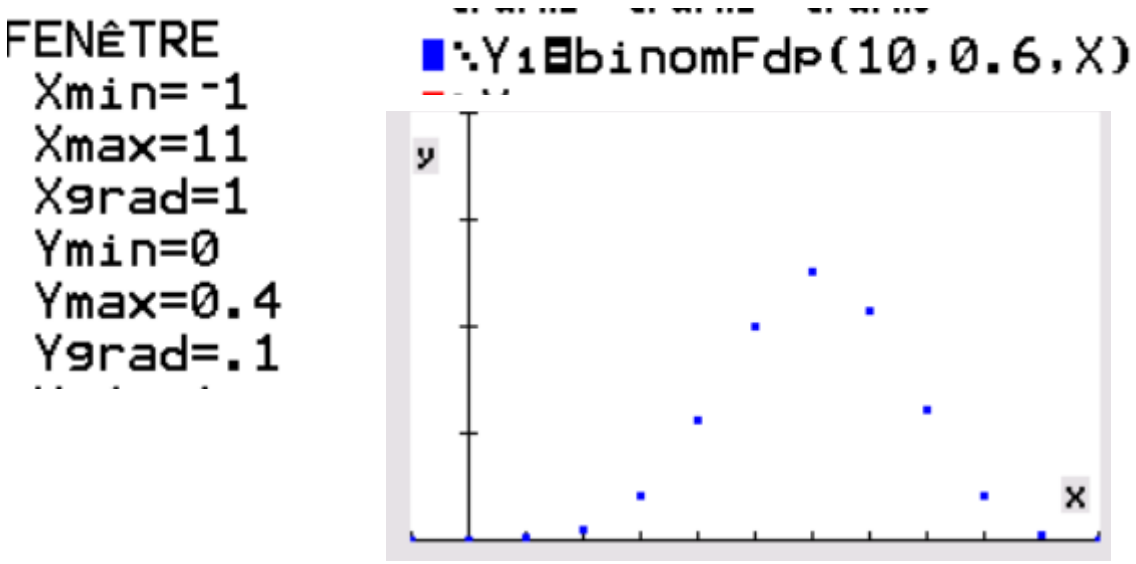
Le plus petit entier b tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}975$ est 9

Complément :

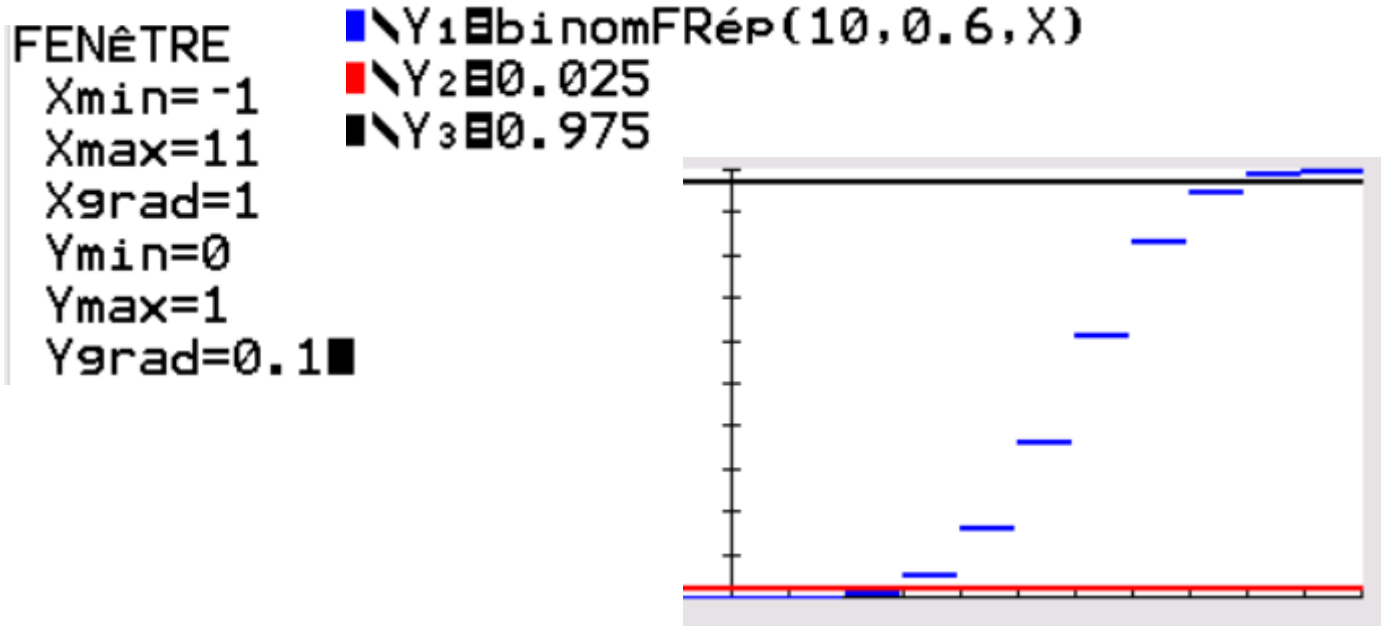
l'intervalle de fluctuation à 95 % est $\left[\frac{3}{10} ; \frac{9}{10}\right]$

Graphiques :

Loi de probabilité :



Fonction de répartition (les probabilités sont cumulées jusqu'à …)



---

27 page 230

Soit un sondage auprès de 100 personnes.

X est la variable aléatoire comptant le nombre de sondages réussis.

La probabilité pour qu'un sondage réussisse est $1 - \frac{57}{100} = \frac{43}{100}$

Tel qu'est l'énoncé, on ne peut pas dire que X suit une loi binomiale.

A priori, les coups de téléphone ne sont pas indépendants.

X suit une loi binomiale **en ajoutant que les sondages sont indépendants**. (Par exemple, la population est suffisamment importante pour considérer qu'on peut assimiler à un tirage avec remise).

En ce cas, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}43$

---

34 page 231 (exercice corrigé dans le livre)

74 page 234

1) X suit la loi binomiale de paramètres $n = 1000$ et $p = 0{,}10$

2) a) On entre Y1= binomFrép(1000,0.1,X)

On lit : $P(X \leqslant 79) = 0{,}01333$ et $P(X \leqslant 80) = 0{,}0176$

donc le plus petit entier a tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}015$ est $a = 80$.

b) On lit : $P(X \leqslant 120) \approx 0{,}9827$ et $P(X \leqslant 121) \approx 0{,}9866$,

donc le plus petit entier b tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}985$ est $b = 121$

3) Un intervalle de fluctuation à 97 % de la proportion d'achats faits sans ordonnance dans un échantillon de taille 1 000 est $\left[\frac{80}{1000};\frac{121}{1000}\right]$.

---

75 page 234

Soit la variable aléatoire X comptant le nombre de commandes sur 300 appels.

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 300$ et $p = 0{,}28$.

On veut un intervalle de fluctuation à 99 %, on cherche donc le plus petit entier a tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}005$ et le plus petit entier b tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}995$.

On entre : Y1= binomFrép(300,0.28,X)
On lit : $P(X \leqslant 63) \approx 0{,}0034$ et $P(X \leqslant 64) \approx 0{,}0051$, donc le plus petit entier a tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}005$

est $a = 64$.
et, $P(X \leqslant 103) \approx 0{,}9931$ et $P(X \leqslant 104) \approx 0{,}9952$, donc le plus petit entier b tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}995$

est $b = 104$.

Un intervalle de fluctuation à 99 % de la proportion de commandes faites sur 300 appels est $\left[\frac{64}{300};\frac{104}{300}\right]$,

soit [0,213 ; 0,347].

---

92 page 240

1. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 800$ et $p = 0{,}05$.

Comme $E(X) = np = 800\times0{,}05$, on obtient :
$E(X) = 40$.

Il y a 40 articles défectueux en moyenne sur un grand nombre de tests concernant 800 articles,.

2. a. Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque vente de 25 articles associe le nombre d'articles défectueux.
Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 25$ et $p = 0{,}05$.
$P(Y \geqslant 2) = 1 - P(Y \leqslant 1) \approx 0{,}358$.

b. Soit Z la variable aléatoire pour n articles.

On cherche n tel que $P(Z \geqslant 1) \leqslant 0{,}5$,

or, $P(Z \geqslant 1) = 1 - P(Z < 1) = 1 - P(Z = 0)$

$P(Z \geqslant 1) \leqslant 0{,}5$ est équivalent à $1 - P(Z = 0) \leqslant 0{,}5$, soit : $P(Z = 0) \geqslant 0{,}5$.

On cherche n tel que $P(Z = 0) \geqslant 0{,}5$.

Avec la table de la calculatrice, on en déduit que la valeur maximale du nombre d'articles.

On trouve $n = 13$ puisque si $n = 13$ alors $P(Z = 0) \approx 0{,}513$ et si $n = 14$ alors $P(Z = 0) \approx 0{,}488$.

```
Y1=binomFRép(X,0.05,0)
Y2=1-Y1
```

X	Y1	Y2
5	.77378	.22622
6	.73509	.26491
7	.69834	.30166
8	.66342	.33658
9	.63025	.36975
10	.59874	.40126
11	.5688	.4312
12	.54036	.45964
13	.51334	.48666
14	.48767	.51233

---

94 page 240

1. Puisque le choix d'un juré est assimilé à un tirage avec remise,

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 35$ et $p = 0{,}03$.

On veut un intervalle de fluctuation à 99 %, on cherche donc le plus petit entier a tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}005$ et le plus petit entier b tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}995$.

On entre : Y1= binomFrép(35,0.03,X)

```
Y1=binomFRép(35,0.03,X)
```

X	Y1
0	.34436
1	.71712
2	.9131
3	.97978
4	.99628
5	.99944
6	.99993
7	.99999
8	1
9	1

On lit : $P(X \leqslant 0) \approx 0{,}34436$,

donc le plus petit entier a tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}005$ est $a = 0$.
et, $P(X \leqslant 3) \approx 0{,}97978$ et $P(X \leqslant 4) \approx 0{,}99628$, donc le plus petit entier b tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}995$ est $b = 4$.

Par conséquent l'intervalle de fluctuation à 99 % de la proportion de

fonctionnaires dans un échantillon de taille 35 est $\left[\frac{0}{35};\frac{4}{35}\right]$, soit : [0 ; 0,115].

2. Dans la liste la fréquence des fonctionnaires est $\frac{10}{35}$, soit une fréquence environ égale à 0,286.

Cette fréquence n'appartient pas à l'intervalle précédent, donc **on rejette l'hypothèse selon laquelle cette liste est faite au hasard**. avec un risque d'erreur de 1 %.

La probabilité d'avoir " truqué " la liste des jurés est forte.

---

le cours

I- Épreuve de Bernoulli et loi de Bernoulli

I-1- Définition

Une épreuve à deux issues (S et $\overline{S}$) est une **épreuve de Bernoulli**.

La variable aléatoire associée a une épreuve de Bernoulli est la variable prenant la valeur 0 en cas d'échec et la valeur 1 en cas de succès.

On note souvent $p = P(X = 1) = P(S)$ et $q = 1 - p = P(\overline{S})$

Une telle variable aléatoire suit **la loi de Bernoulli de paramètre *p***.

Cette variable aléatoire peut se résumer ainsi :

x_i	0	1
$P(X = x_i)$	$q = 1 - p$	p

I-2- Propriété :

Son espérance mathématique est $E(X) = 0\times q + 1\times p = p$

II- Schéma de Bernoulli et loi binomiale

II-1- Définition

On répète n fois de façon identique et indépendante cette épreuve de Bernoulli de paramètre p.

Cette expérience aléatoire s'appelle un **schéma de Bernoulli** de paramètres n et p.

La variable aléatoire X égale au nombre de succès lors de ces n épreuves suit une loi de probabilité appelée **loi binomiale de paramètres *n* et *p*.**

On la note : $\mathcal{B}(n\,;p)$

II-2- Les coefficients binomiaux

Soit un schéma de Bernoulli (n épreuves à deux issues répétées)

Le nombre de chemins donnant k succès pour ces n épreuves $(0 \leqslant k \leqslant n)$ est noté $\binom{n}{k}$ (coefficient binomial).

$\binom{n}{k}$ se lit : nombre de combinaisons de k parmi n.

Savoir :

$\binom{n}{0} = 1$; $\binom{n}{n} = 1$	un seul chemin où il n'y a aucun succès, un seul chemin où il n'y a que des succès (aucun échec).
$\binom{n}{1} = n$; $\binom{n}{n-1} = n$	n chemins où il y a un seul succès, n chemins où il y a un seul échec ($n - 1$ succès).
$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$	autant de chemins avec k succès que $n - k$ succès (c-à-d. k échecs)

II-3- Les formules

Comment calculer la probabilité d'obtenir k succès pour n répétitions d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes ?

Autrement dit : Si on note X, la variable aléatoire égale au nombre de succès, comment calculer $P(X = k)$ pour la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$?

Pour un chemin donnant k succès, donc, ayant $n - k$ échecs, on a la probabilité suivante : $p^k q^{n-k}$.

Tous les chemins donnant k succès ont la même probabilité et le nombre de chemins est $\binom{n}{k}$.

II-3-1 Calcul des probabilités

Par conséquent : $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

On en déduit : (Relation utile pour l'utilisation de la calculatrice)

Important : a, b et k sont des entiers naturels inférieurs ou égaux à n.

1) $P(X \leqslant k) = P(X = 0) + P(X = 1) + \ldots + P(X = k)$

$\mathbf{P(X \geqslant k)} = P(X = k) + P(X = k + 1) + \ldots + P(X = n) = \mathbf{1 - P(X \leqslant k - 1)}$

$\mathbf{P(a \leqslant X \leqslant b) = P(X \leqslant b) - P(X \leqslant a - 1)}$

car $P(a \leqslant X \leqslant b) = P(X = a) + P(X = a + 1) + \ldots + P(X = b)$

Attention : (comme a et b sont des entiers …. (faux dans les réels))

$P(a < X \leqslant b) = P(X \leqslant b) - P(X \leqslant a)$

$P(a < X < b) = P(X \leqslant b - 1) - P(X \leqslant a)$

II-3-2- Espérance mathématique d'une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{B}(n ; p)$

$E(X) = np$ (à admettre)

(Cela revient à faire la somme des espérances mathématiques des n épreuves de Bernoulli : $\overbrace{p+\ldots+p}^{n\ fois}$

Savoir :

Savoir reconnaître qu'une variable aléatoire suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n\ ;\ p)$	✔ épreuve de Bernoulli (Succès, Echec) ✔ n répétitions de façon identique et indépendante ✔ p probabilité du succès
$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k\ q^{n-k}$	✔ $\binom{n}{k}$ coefficient binomial : nombre de combinaisons de k parmi n. ✔ k nombre de succès ✔ $q = 1 - p$
Traduire avec des inégalités : ✔ moins de k succès ✔ plus de k succès ✔ au moins k succès ✔ au plus k succès	soit : ✔ $X < k$ *(il y a moins de 10 présents : $X < 10$)* ✔ $X > k$ *(il y a plus de 5 personnes : $X > 5$)* ✔ $X \geqslant k$ *(il y a au moins 150 spectateurs :$X \geqslant$* 150) ✔ $X \leqslant k$ *(il ne peut pas travailler plus de 40 heures par semaine : $X \leqslant 40$)*

II-4- L'utilisation de la calculatrice, représentation graphique

Voir livre 1ES pages 220 à 223

III- Intervalle de fluctuation- Prise de décision

Voir exemples du livre