Index

I- Qu'est-ce qu'une fonction: les définitions vues en seconde

(On peut revoir les chapitres de seconde)

I-1- Définition d'une fonction numérique

Soit un nombre variable (Appelons-le x)
À ce nombre x, on associe un autre nombre par des opérations, calculs avec ce nombre x;

Par exemple, à tout réel x, on associe le nombre $y = x^2 + 5x - \dfrac{1}{x^2+1}$.

On définit ainsi une fonction qui, **à x, associe $x^2 + 5x - \frac{1}{x^2+1}$.**

On définit une **fonction** f sur un ensemble $\mathscr{D}$ en associant à chaque nombre x de $\mathscr{D}$ un nombre et un seul noté $f(x)$.

On note $f: x \mapsto f(x)$, pour $x \in \mathscr{D}$

x s'appelle la **variable**

Le nombre $f(x)$ est l'**image** de x par f

Si $f(x) = y$, on dit que x est un **antécédent** de y par f

I-2- Définition de "ensemble de définition" d'une fonction.

$\mathscr{D}$ est **l'ensemble de définition** de f

C'est l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une image par la fonction *f*.

Exemples:

Il existe des opérations qui sont impossibles.

Par exemple, on ne peut pas diviser par 0, on ne peut pas prendre la racine carrée d'un nombre strictement négatif.

1) La fonction $g : x \mapsto \frac{2x+3}{x-2}$ est définie lorsque ……………………………………………………

l'ensemble de définition de g est: $\mathscr{D}_g$ = ………………………………………………………………………

2) La fonction $r : t \mapsto \sqrt{t-3}$ est définie lorsque………………………………………………………………

l'ensemble de définition de r est $\mathscr{D}_r$= ……………………………………………………………………………

I-3- Sens de variations d'une fonction

I-3-1- Fonction croissante sur un intervalle

On dit que f est une fonction strictement croissante sur un intervalle I lorsqu'elle vérifie la propriété suivante:

Pour tout α et tout β de I, si α …………… β alors f(α) …………………… f(β)

ou encore

les variables et leurs images sont classés dans le ……………………… ordre

Une fonction **strictement croissante** sur un intervalle I **conserve** l'ordre.

I-3-2- Fonction décroissante sur un intervalle

On dit que f est une fonction strictement décroissante sur un intervalle I lorsqu'elle vérifie la propriété suivante:

Pour tout α et tou β de I, si α …………… β alors f(α) ………………………… f(β)

ou encore

les variables et leurs images sont classés dans l'……………………………………………………………

Une fonction **strictement décroissante** sur un intervalle I **inverse** l'ordre.

I-3-3- tableau de variations

Étudier les variations d'une fonction, c'est déterminer les intervalles où la fonction est croissante et ceux où la fonction est décroissante.

On dit qu'une fonction est ***monotone sur un intervalle*** lorsqu'elle ne change pas de variations sur cet intervalle.

On résume les variations dans un ***tableau de variations.***

I-3-4- À quoi çà sert

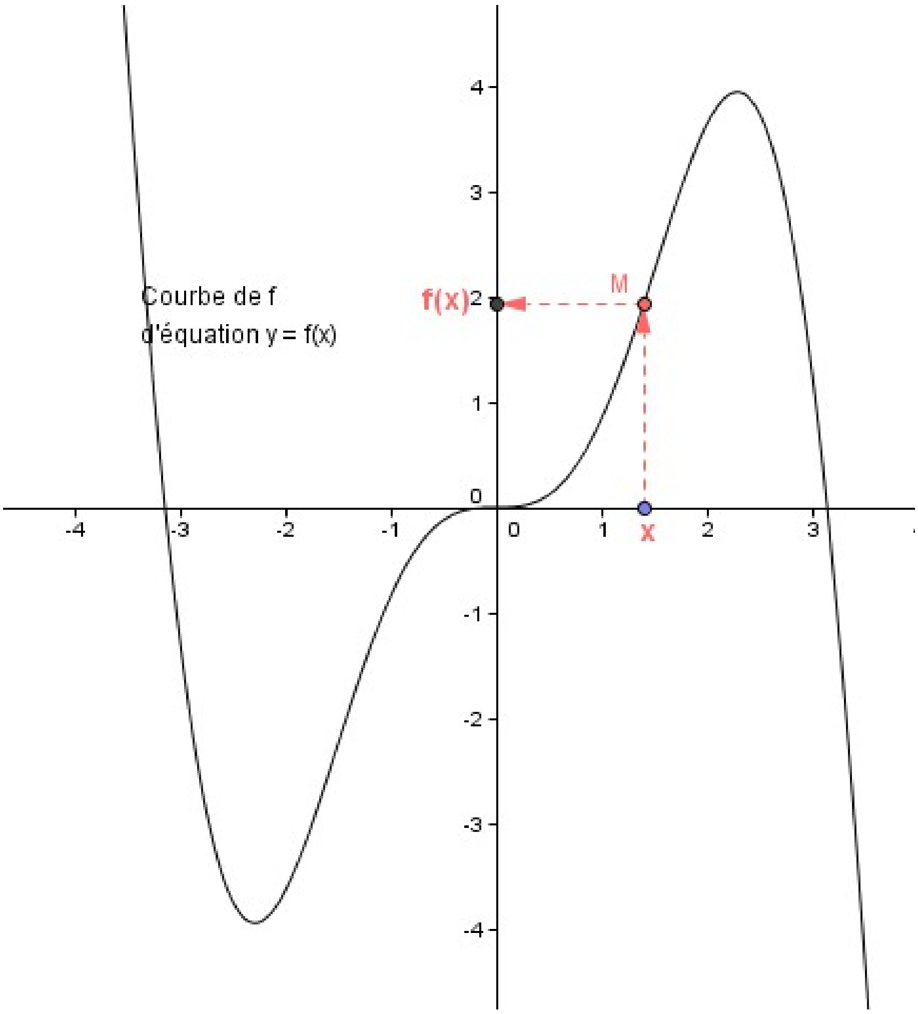
À comparer des nombres.
À encadrer des nombres
À **optimiser** un problème (par exemple, le bénéfice maximal ..., les coûts de production minimaux, ...).
Exemple:
On a étudié une fonction f (construite à partir d'un problème) et on a démontré que son tableau de variations était le suivant:

x	$-\infty$		2		6		10		$+\infty$
$f(x)$			5				4		
		↗		↘		↗		↘	
	0				-3				0

On peut en déduire: $f(3)$ ……............... $f(4)$
$f(7)$ ……............... $f(7,4)$
Si $x < 2$ alors …....... $< f(x) <$ …........................
$f(x)$ a un maximum qui vaut .... (unités en ordonnée) lorsque $x =$ …..............(unités en abscisse)
$f(x)$ a un minimum qui vaut .... (unités en ordonnée) lorsque $x =$ ….................. (unités en abscisse)
L'équation $f(x) = 0$ a …........... solutions: l'une comprise entre …..............., l'autre comprise entre ….................

I-4- Définition de la représentation graphique d'une fonction et équation de courbe.

Le plan est muni d'un repère $(O;I,J)$
Quand une fonction f est définie sur un ensemble de nombres $\mathscr{D}$, à chaque nombre x est associé un et un seul nombre y (ou $f(x)$).
L'ensemble de tous les points M de coordonnées $(x;f(x))$ dans ce repère est **la courbe représentative de *f*** dans ce repère.



On note souvent C_f la courbe représentative de f.
On dit qu'une **équation de C_f** dans ce repère est: $y = f(x)$

II- Les fonctions vues en seconde

II-1- Fonctions affines

II-1-1- *Définition*

Soit a et b deux réels.
Les **fonctions affines** sont les fonctions de la forme $x \mapsto$ …......................................

II-1-2- Cas particuliers: fonction linéaire, fonction constante

Lorsque le réel b est nul $b = 0$, on dit que f est une fonction linéaire. Elle traduit une situation de proportionnalité (cf. exemple 2). f: $x \mapsto ax$

Lorsque le coefficient a est nul ($a = 0$), on a une fonction ***constante***. $f : x \mapsto b$.

II-1-3- Variations des fonctions affines

Théorème:

Si ***a* est strictement positif** alors la fonction affine $f: x \mapsto ax+b$ est strictement …......................... sur ℝ

Si ***a* est strictement négatif** alors la fonction affine $f: x \mapsto ax+b$ est strictement …......................... sur ℝ

II-1-4- Représentation graphique d'une fonction affine

La représentation d'une fonction affine $f: x \mapsto ax+b$ dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ est une droite (D) non parallèle à l'axe des ordonnées d'équation réduite $y = ax + b$.

Le réel a est le **coefficient directeur** de la droite. $a=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{\textit{différence des ordonnées}}{\textit{différence des abscisses}}$

Le réel b est **l'ordonnée à l'origine** de la droite.

II-2- Fonction carrée

II-2-1 Définition

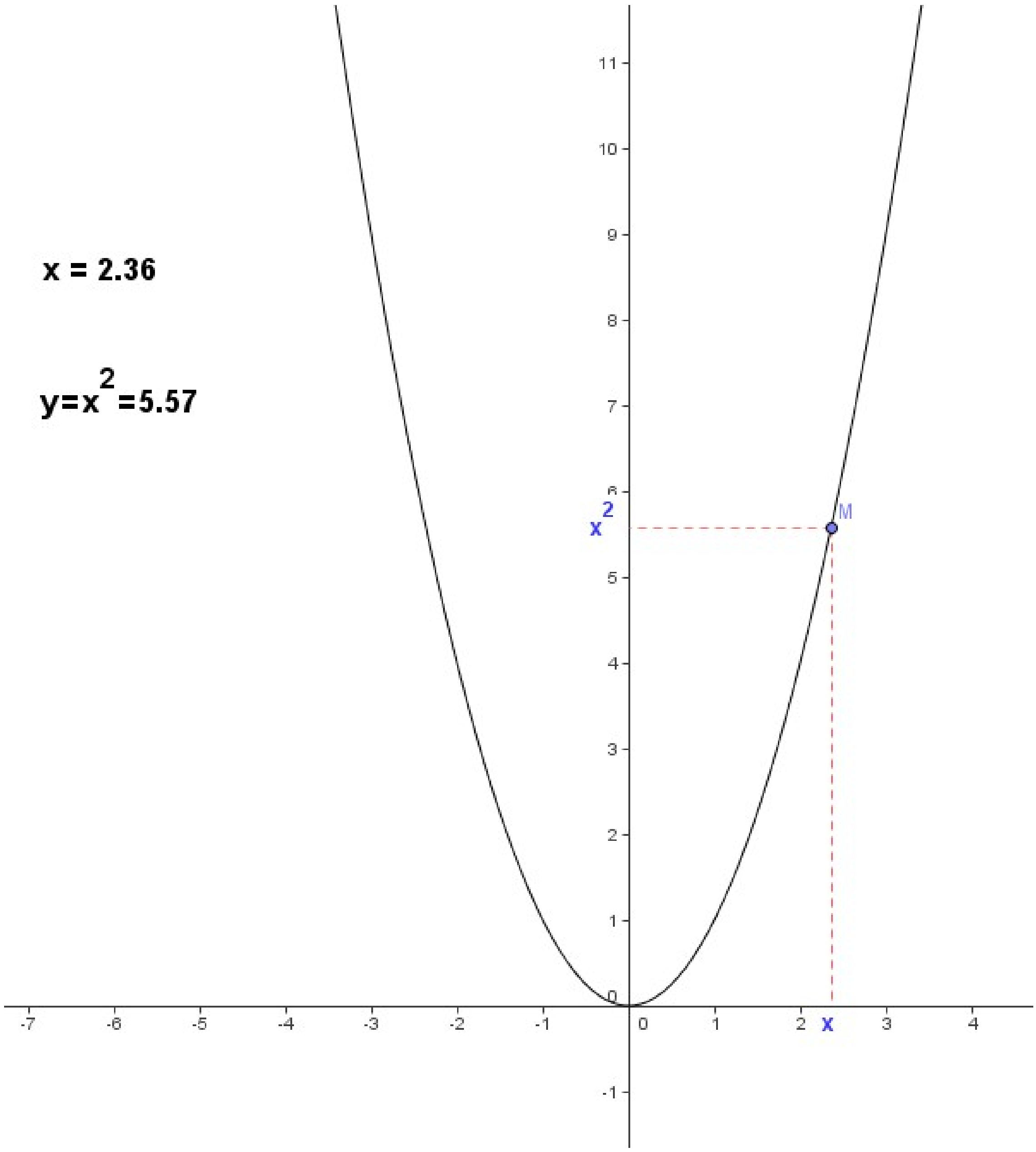
La fonction carré est la fonction définie sur $]-\infty ; +\infty[$ (ou ℝ) qui, à un réel, associe son carré.
On note $x : \longmapsto x^2$ ou $t \longmapsto t^2$ ou ....

II-2-2 Résumé dans un tableau de variations

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		$\searrow$	0	$\nearrow$	

II-2-3 Représentation graphique

La représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ de la fonction carré est une **parabole** de sommet $O(0;0)$ et d'équation $y = x^2$



L'axe des ordonnées est un axe de symétrie de cette parabole.

II-3- Fonction inverse

II-3-1 Définition

La fonction inverse est la fonction définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ (noté aussi $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ ou $\mathbb{R}^*$), qui, à un réel non nul, associe son inverse.

On note $x: \longmapsto \dfrac{1}{x}$ ou $t \mapsto \dfrac{1}{t}$ ou ...

II-3-2 Résumé dans un tableau de variations

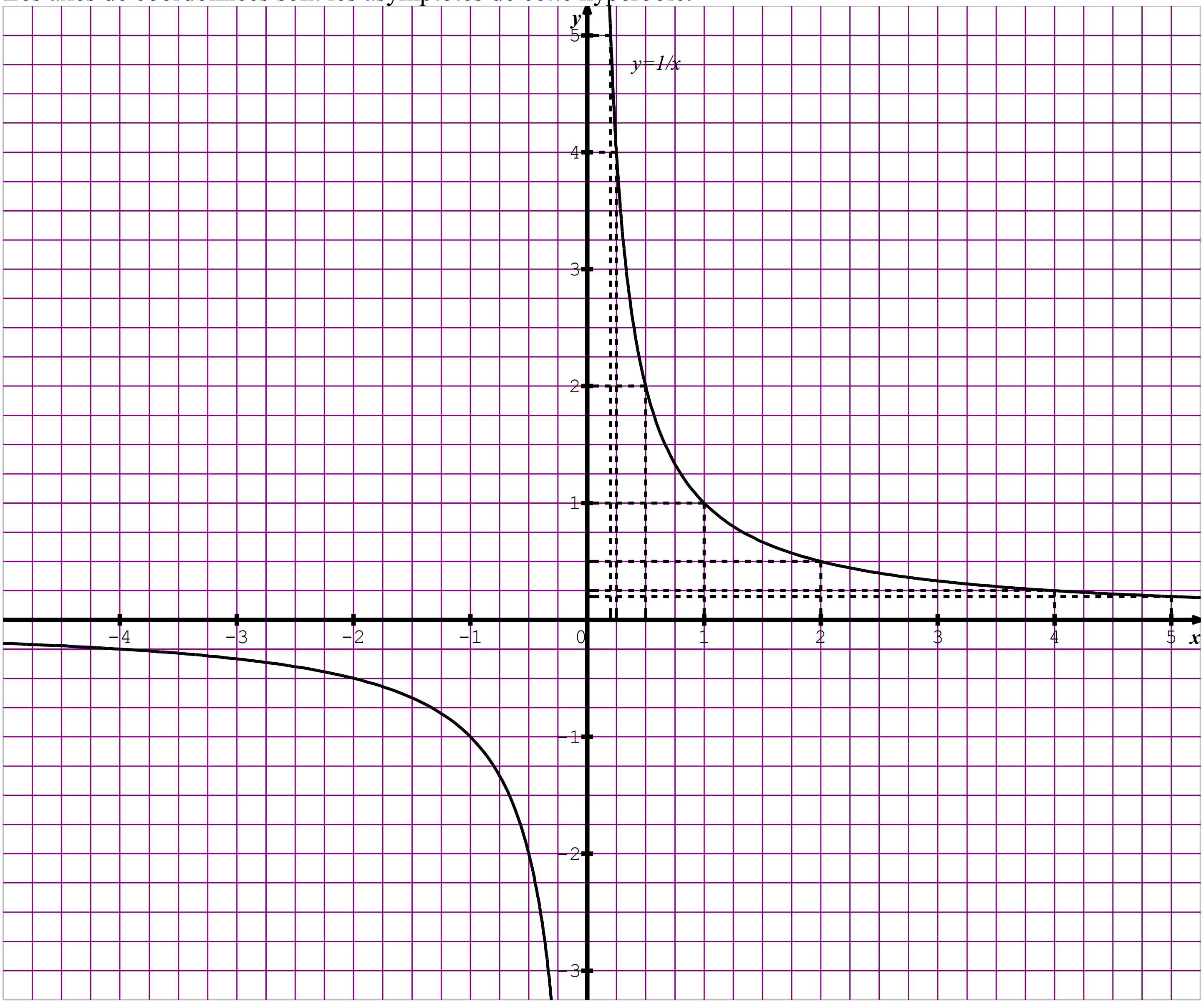
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

La double-barre signifie que la fonction n'est pas définie en 0.
Cette double-barre est infranchissable

II-2-3 Représentation graphique

La représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ de la fonction inverse est une **hyperbole** de centre $O(0\,;0)$ d'équation $y=\frac{1}{x}$

Les axes de coordonnées sont les asymptotes de cette hyperbole.



II-4- Fonction polynôme du second degré

II-4-1 Définition

Les fonctions polynômes du second degré sont les fonctions définies sur]–∞; +∞[(ou ℝ) qui, à un réel, associe une expression du second degré.

On note $x\longmapsto ax^2+bx+c$ ou $t\longmapsto at^2+bt+c$ ou .... avec $a\neq 0$

II-4-2 Résumé dans un tableau de variations

Les fonctions polynômes du second degré admettent un extremum en $-\dfrac{b}{2a}$.

Si $a>0$, elles sont décroissantes sur $]-\infty\ ;-\dfrac{b}{2a}]$ et croissantes sur $[-\dfrac{b}{2a}\ ;+\infty[$

cas où $a > 0$	x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
	ax^2+bx+c	↘	min	↗

$$\min = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

Si $a<0$, elles sont croissantes sur $]-\infty\ ;-\dfrac{b}{2a}]$ et décroissantes sur $[-\dfrac{b}{2a}\ ;+\infty[$

cas où $a < 0$	x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
	ax^2+bx+c	↗	max	↘

$$\max = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

II-4-3 Représentation graphique

La représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction polynôme du second degré est une **parabole** de sommet $\Omega\left(-\dfrac{b}{2a};f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right)$ et d'équation $y=ax^2+bx+c$.

Cette parabole admet un axe de symétrie d'équation $x=-\dfrac{b}{2a}$.

II-5- Fonctions homographiques

Les fonctions homographiques sont définies par $f:x\mapsto\dfrac{ax+b}{cx+d}$ avec $c\neq 0$.

(Quotient de deux fonctions affines).

Elles ne sont pas définies pour la valeur de x qui annule le dénominateur.

Autrement dit : f est définie si et seulement si $cx + d \neq 0$

si et seulement si $x \neq -\dfrac{d}{c}$.

III- D'autres fonctions usuelles

III-1- Fonction cube

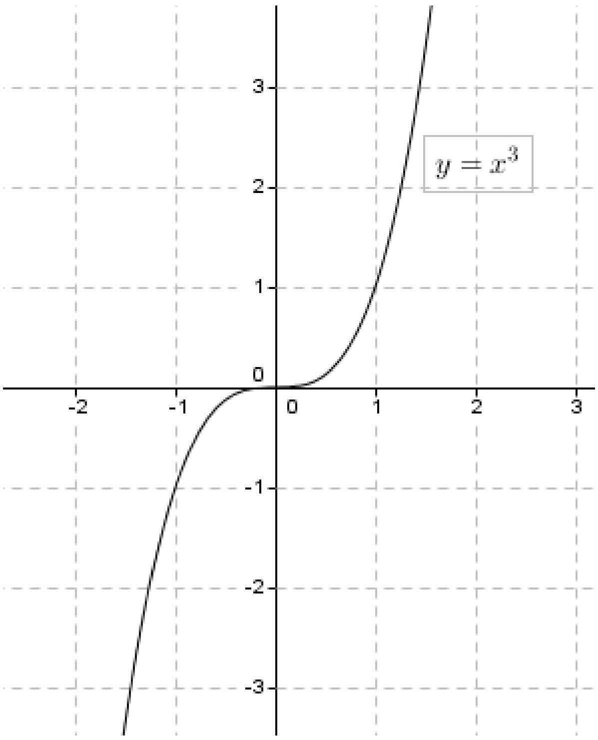
III-1-1 Définition

La fonction cube est la fonction définie sur $]-\infty; +\infty[$ (ou $\mathbb{R}$) qui, à un réel, associe son cube.
On note $x \longmapsto x^3$ ou $t \longmapsto t^3$ ou ....

III-1-2 Résumé dans un tableau de variations

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
x^3	$\nearrow$

III-1-3 Représentation graphique



III-2- Fonction racine carrée

III-2-1 Définition

La fonction racine carrée est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ qui, à un réel positif ou nul, associe sa racine carrée
On note $x: \longmapsto \sqrt{x}$ ou $t \longmapsto \sqrt{t}$ ou ....

III-2-2 Résumé dans un tableau de variations

x	0		$+\infty$
$\sqrt{x}$	0	$\nearrow$	

III-2-3 Représentation graphique