

Variations de fonctions :

(comme les exercices 69-78 page 45)

- Connaître le cours (variations des fonctions de référence : fonctions affines, fonction carré, fonction inverse, fonction racine carrée, fonction cube, fonctions du second degré)
- Savoir " décortiquer " une expression algébrique afin de reconnaître les fonctions utiles ...
- Appliquer la variation au fur et à mesure sur l'intervalle indiquée (en se souvenant bien des propriétés concernant les relations d'ordre).

Un exemple : soit f la fonction définie sur $]-\infty ; 0[$ par $f(x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{x} - 7$. Étudier son sens de variation.

On prend deux réels a et b de l'intervalle $]-\infty ; 0[$ et on les ordonne

Soit $a < b < 0$

Comme la fonction inverse est strictement décroissante sur $]0 ; +\infty[$, on a :

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

En multipliant par $\frac{1}{2}$ strictement positif, on a :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{a} > \frac{1}{2} \times \frac{1}{b}$$

En ajoutant -7 , on a :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{a} - 7 > \frac{1}{2} \times \frac{1}{b} - 7$$

c'est-à-dire : $f(a) > f(b)$

On a montré : Si $a < b < 0$ alors $f(a) > f(b)$

la fonction f est par conséquent strictement décroissante sur $]-\infty ; 0[$.

Entretien sur le second degré

(comme les exercices 91-110 pages 71-72 (entre autres))

- Connaître le vocabulaire et comprendre à quoi " il sert "
- Connaître les " bases " sur une équation de courbe

Un exemple : Une parabole P passe par le point $A(2 ; 12)$ et a une équation de la forme $y = 2x^2 + 6x + c$.

En quels points, cette parabole coupe-t-elle l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées ?

Quelles sont les coordonnées du sommet de la parabole ?

Comme $A \in P$, on sait : $2 \times 2^2 + 6 \times 2 + c = 12$, d'où, $c = -8$.

Une équation de P est : $y = 2x^2 + 6x - 8$

On cherche les racines de l'expression : $2x^2 + 6x - 8$ (ainsi : $y = 0$)

discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 2 \times (-8) = 100 = 10^2$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - 10}{2 \times 2} = -4 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 + 10}{2 \times 2} = 1$$

P coupe l'axe des abscisses aux points $B(-4 ; 0)$ et $C(1 ; 0)$

P coupe l'axe des ordonnées au point $D(0 ; -8)$ (faire $x = 0$)

$$\text{Comme } \alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2} \quad \text{et} \quad y = 2 \times \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + 6 \times \left(\frac{-3}{2}\right) - 8 = \frac{9}{2} - 9 - 8 = -\frac{25}{2}$$

Le sommet de P est $\Omega\left(-\frac{3}{2}; -\frac{25}{2}\right)$.

Lecture graphique, position relative de deux courbes, équation $f(x) = g(x)$, inéquation $f(x) < g(x)$.

(comme les exercices 98- 107 pages 47-50 (entre autres))

- Connaître les " bases " sur une équation de courbe

- Comprendre la calculatrice ... C'est vous qui pensez elle n'est qu'une machine, pas vous !!!

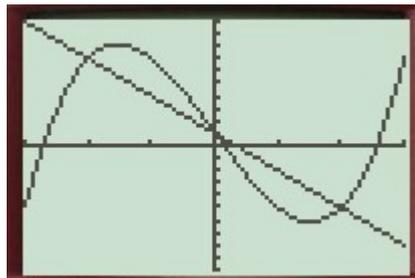
Exemple : À l'aide de la calculatrice, représenter graphiquement sur l'intervalle $[-3 ; 3]$, les fonctions f et g

$$f: x \mapsto -3x + 1 \text{ et } g: x \mapsto x^3 - 7x + 1$$

Dessinez ce que vous voyez à l'écran sans oublier de légénder le schéma.

par lecture graphique, résoudre $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$.

Retrouver les résultats par le calcul.



(Marquer les unités, indiquer les fonctions représentées)

On lit : les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les abscisses de points d'intersection des deux courbes : $-2 ; 0 ; 2$

$$f(x) < g(x) \text{ a pour ensemble solution : }]-2 ; 0[\cup]2 ; 3[$$

$$f(x) > g(x) \text{ a pour ensemble solution : }]-3 ; -2[\cup]0 ; 2[$$

Calculs : On étudie le signe de la différence, par exemple : $g(x) - f(x) = x^3 - 7x + 1 - (-3x + 1) = x^3 - 4x$

$$\text{On factorise : } x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x - 2)(x + 2)$$

On fait le tableau de signes sur $[-3 ; 3]$ et on conclut :

x	-3	-2	0	2	3
x	-	-	0	+	+
$x - 2$	-	-	0	+	+
$x + 2$	-	0	+	+	+
$x(x-2)(x+2)$	-	0	+	0	+

Conclusion : $g(x) - f(x) = 0 \Leftrightarrow g(x) = f(x)$ pour $x = -2$ ou $x = 2$

$$g(x) - f(x) < 0 \Leftrightarrow f(x) > g(x) \text{ pour } x \in]-3 ; -2[\cup]0 ; 2[$$

$$g(x) - f(x) > 0 \Leftrightarrow f(x) < g(x) \text{ pour } x \in]-2 ; 0[\cup]2 ; 3[$$

Mettre en équation, mettre en inéquations, mettre en fonction de

Tous les types d'exercices où on est amené à " poser " une grandeur variable et à exprimer en fonction de cette grandeur

Connaître toutes les formules d'aire, de volume, ... des " objets " courants

Savoir calculer les coûts, les recettes, les bénéfices dans les situations usuelles ...

Tout ce que vous avez appris (et même avant la maternelle !!!)