Index

Analysez les calculs avant de vous lancer dans l'exécution de ce calcul:

Par exemple, en français,

quand vous lisez une phrase, il ne suffit pas d'avoir les mots, il faut aussi comprendre la "syntaxe ".

Pour comprendre la phrase, il faut connaître les mots, les symboles et comprendre comment ils sont agencés pour lui donner du sens.

Deux phrases avec les mêmes mots peuvent avoir des sens différents :

"Être beau de loin" et 'Loin d'être beau".

" Le professeur dit: cet élève est bon " et " le professeur, dit cet élève, est bon "

De la même façon, en mathématiques,

Lorsque l'on donne une expression comme $2 + 3×4$ à calculer, on doit nécessairement analyser syntaxiquement l'expression pour pouvoir faire le calcul. Si on le fait dans l'ordre $2+3 = 5$ puis $5×4 = 20$, ON SE TROMPE car la multiplication est "prioritaire".

Il faut analyser l'expression, $2 + 3×4$ est la somme des deux termes : le terme 2 et le terme $3×4$.

Le terme $3×4$ est le produit de deux facteurs : le facteur 3 par le facteur 4.

Finalement, on fait: $2 + 3×4 = 2 + 12 = 14$, car, on a reconnu " l'agencement " de la phrase mathématique et on a su lui donner tout son sens.

Les mêmes symboles agencés autrement donneront un autre sens.

Les parenthèses sont des symboles nécessaires pour exprimer cet agencement des calculs.

Pour écrire le produit de la somme de x et 3 par la somme de x et 5, on écrit: $(x + 3)×(x + 5)$.

La phrase mathématique $x + 3×(x + 5)$ a un autre sens: elle est l'écriture de la somme de x et du produit de 3 par la somme de x et 5.

Exercice 14 Reconnaissance d'écritures

Dans toutes les écritures $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ et $D(x)$, les parenthèses (.) sont des "parenthèses de fonctions".

Ces parenthèses signifient que l'on calcule l'image de x par l'une des fonctions A, B, C, D.

Distributivité: $k(a + b)$ Lorsqu'on multiplie une somme par un facteur.

On multiplie chaque terme de la somme par ce facteur.

Produit de plusieurs facteurs entre eux.

La multiplication est associative, c'est-à-dire $a(bc) = (ab)c = abc$

Somme de plusieurs termes:

L'addition est associative, c'est-à-dire $a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$

$A(x) = 3(x - 1) + (x + 2) - 4x$ *On distribue le facteur 3 (produit de la somme x – 1 par le facteur 3)*

$A(x) = 3x - 3 + x + 2 - 4x$ *On peut enlever les parenthèses d'association de la somme (x + 2) car elles*

$\mathbf{A(x) = -1}$ *sont précédées du signe +, puis, on réduit la somme*

$B(x) = 2x(-x + 2) + (x^2 - 4)$ *On distribue le facteur 2x (produit de la somme – x + 2 par le facteur 2x)*

$B(x) = -2x^2 + 4x + x^2 - 4$ *On peut enlever les parenthèses d'association de la somme (x² – 4) car elles*

$\mathbf{B(x) = -x^2 + 4x - 4}$ *sont précédées du signe +, puis, on réduit la somme*

$C(x) = 3(-5x \times x) + 9x - 5(x + 4)$ *Dans 3(–5x×x), les parenthèses sont des parenthèses d'association d'un*

$C(x) = 3(-5x^2) + 9x - 5x - 20$ *produit. On multiplie entre eux les trois facteurs. Il n'y a pas de distributivité.*

$C(x) = -15x^2 + 9x - 5x - 20$ *Pour –5(x + 4), on distribue le facteur (–5) sur chacun des termes de la*

$\mathbf{C(x) = -15x^2 + 4x - 20}$ *somme (x + 4). Enfin, on réduit la somme*

$D(x) = 2(A(x) + B(x)) - 5x(2x - 3)$ *On distribue le facteur 2 sur chaque terme de la somme (A(x) + B(x))*

$D(x) = 2A(x) + 2B(x) - 10x^2 + 15x$ *et le facteur (–5x) sur chaque terme de la somme (algébrique) (2x – 3)*

$D(x) = 2\times(-1) + 2(-x^2 + 4x - 4) - 10x^2 + 15x$ *On remplace A(x) et B(x) par leurs expressions calculées*

$D(x) = -2 - 2x^2 + 8x - 8 - 10x^2 + 15x$ *auparavant. On distribue à nouveau le facteur 2 sur chacun des*

$\mathbf{D(x) = -12x^2 + 23x - 10}$ *termes. On réduit ....*

Autre méthode pour $D(x)$

$D(x) = 2(A(x) + B(x)) - 5x(2x - 3)$ *On remplace et réduit d'abord la somme A(x) + B(x)*

$D(x) = 2(-1 - x^2 + 4x - 4) - 5x(2x - 3)$ *On distribue le facteur 2 sur chaque terme de la somme ....*

$D(x) = 2(-x^2 + 4x - 5) - 5x(2x - 3)$ *et le facteur (–5x) sur chaque terme de la somme...*

$D(x) = -2x^2 + 8x - 10 - 10x^2 + 15x$ *on réduit*

$D(x) = -12x^2 + 23x - 10$

Retour sommaire

Exercice 16 ***Développer, réduire, ordonner***

$A(x) = (x - 1)(-x + 2) + (2x + 1)^2$

$A(x) = -x^2 + 2x + x - 2 + 4x^2 + 4x + 1$

$\mathbf{A(x) = 3x^2 + 7x - 1}$

$B(x) = (x - 3)^2 - 4x(x - 1)$
$B(x) = x^2 - 6x + 9 - 4x^2 + 4x$
$\mathbf{B(x) = -3x^2 - 2x + 9}$

$C(x) = (2x + 5)^2 - (5x + 2)(5x - 2) - (1 - x)(3 + x)$
$C(x) = 4x^2 + 20x + 25 - (25x^2 - 4) - (3 + x - 3x - x^2)$
$C(x) = 4x^2 + 20x + 25 - 25x^2 + 4 - 3 - x + 3x + x^2$
$\mathbf{C(x) = -20x^2 + 22x + 26}$

Retour sommaire

Exercice 20 Reconnaître le développement d'un carré d'une somme.

a) $x^2 - 4x + 4$ x^2 est le carré de x; 4 est le carré de 2, et, $4x = 2 \times x \times 2$

donc, $\mathbf{x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2}$

b) $25x^2 + 10x - 1$ n'est pas le développement d'un carré. (-1 ne peut pas être un carré.)

c) $4 - 18x + 9x^2$ 4 est le carré de 2, $9x^2$ est le carré de $3x$, et, $18x \neq 2 \times 3x \times 2$

$4 - 18x + 9x^2$ n'est pas le développement d'un carré.

d) $x^2 - 2x + 1$ x^2 est le carré de x; 1 est le carré de 1, et, $2x = 2 \times x \times 1$

donc, $\mathbf{x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2}$

e) $x^2 + 4$ n'est pas le développement d'un carré (Il manque le double produit)

f) $-4x^2 + 12x + 9$ n'est pas le développement d'un carré ($-4x^2$ ne peut pas être un carré).

g) $\mathbf{\dfrac{x^2}{4} - 3x + 9 = \left(\dfrac{x}{2} - 3\right)^2}$. En effet, $\dfrac{x^2}{4}$ est le carré de $\dfrac{x}{2}$; 9 est le carré de 3 et $2 \times \dfrac{x}{2} \times 3 = 3x$

h) $\mathbf{6x + x^2 + 9 = (x + 3)^2}$. En effet, x^2 est le carré de x; 9 est le carré de 3 et $2 \times x \times 3 = 6x$

Retour sommaire

Exercice 22 Reconnaître la différence de deux carrés

Reconnaître : différence de deux carrés

Structure de la relation : $(\text{Truc})^2 - (\text{Machin})^2$

On écrit : (Truc) et (Machin) **Les (.) sont essentielles**.

on applique la relation :

$(\text{Truc})^2 - (\text{Machin})^2 = [(\text{Truc}) + (\text{Machin})][(\text{Truc}) - (\text{Machin})]$

En français,

la différence de deux nombres au carré est égale au produit de leur somme par la différence de ces nombres.

a) $(x+1)^2+4$ est la somme de deux carrés.

b) $(5x-7)^2-(x+4)^2$ est la différence des carrés de $(5x-7)$ et de $(x+4)$

On a donc:

$(5x-7)^2-(x+4)^2 = [(5x-7)-(x+4)]\times[(5x-7)+(x+4)]$

$= (5x-7-x-4)(5x-7+x+4)$

$\mathbf{= (4x-11)(6x-3)}$

$\mathbf{= 3(4x-11)(2x-1)}$

c) $4(x-3)^2-9 = [2(x-3)]^2-3^2$est la différence des carrés de $2(x-3)$ et de 3

$4(x-3)^2-9 = [2(x-3)]^2-3^2 = [2(x-3)-3][2(x-3)+3]$

$= (2x-6-3)(2x-6+3)$

$\mathbf{= (2x-9)(2x-3)}$

d) $-(3x-1)^2+25 = 25-(3x-1)^2 = 5^2-(3x-1)^2$

$= [5-(3x-1)][(5+(3x-1)]$

$= (6-3x)(4+3x)$

$\mathbf{= 3(2-x)(4+3x)}$

e) $9(x+1)^2+25$ est la somme de deux carrés.

f) $-(x-3)^2+4(x+1)^2 = 4(x+1)^2-(x-3)^2$

$= [2(x+1)-(x-3)][2(x+1)+(x-3)]$

$\mathbf{= (x+5)(3x-1)}$

Retour sommaire

12 page 274

1- ***Traduction de l'énoncé en utilisant les vecteurs***

(**Une seule** des égalités vectorielles proposées **suffit** pour l'**équivalence** avec la phrase de l'énoncé)

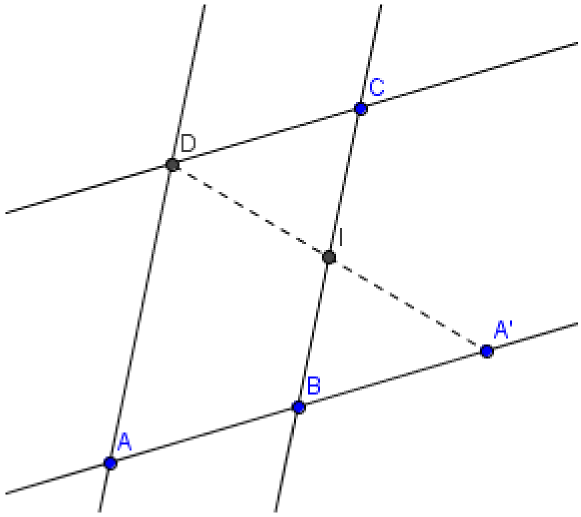
Une traduction d'une donnée doit être une équivalence :

Exemple : en écrivant $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ vous ne traduisez aucune donnée, puisque cette relation est vraie quelque soit A, B et C.

En écrivant : " $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ " vous traduisez " $ABCD$ est un parallélogramme ".

Autre exemple : en écrivant " $BI = IC$ " vous ne traduisez pas " I milieu de [BC] " puisqu'on peut avoir I en-dehors de [BC].

en écrivant " $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$ " vous traduisez " I milieu de [BC] ".



Énoncé	équivaut à	Vecteurs
$ABCD$ est un parallélogramme	⇔	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (1)
		ou $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ (2)
		ou $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (3)
I est le milieu de [BC]	⇔	$\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$ (4)
		ou $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ (5)
		ou $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ (6)
A' symétrique de A par rapport à B	⇔	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA'}$ (7)
		ou $\overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{AB}$ (8)
		ou $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA'} = \vec{0}$ (9)

2- Démonstration : *I* est le milieu de [*A'D*]

À partir des données (et seulement ces données), grâce aux propriétés connues et démontrées au fur et à mesure de votre " parcours mathématique ", on **montre** que nécessairement (*avec ces données*) I est le milieu de [$A'D$].

Une démonstration :

Puisque $ABCD$ est un parallélogramme (*donnée*), on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (1) (*propriété du parallélogramme*).

Puisque A' est le symétrique de A par rapport à B (*donnée*), on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA'}$ (7) (*propriété du centre de symétrie, milieu de …*)

Par comparaison des égalités (1) et (7), on obtient l'égalité $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA'}$ qui prouve que le quadrilatère $DCA'B$ est un parallélogramme.

Les diagonales $[DA']$ et $[BC]$ se coupent en leur milieu I.

Or, I est le milieu de $[BC]$ (*donnée*),

donc, I est le milieu de $[DA']$.

Une autre démonstration :

Montrons que $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{IA'}$.

D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CI}$

Or, $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA'}$ (*voir ci-dessus*) et $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IB}$ (*voir au 1) le tableau*).

On a donc : $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CI}$

$= \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA'}$ (Relation de Chasles)

l'égalité $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{IA'}$ prouve que I est le milieu de $[DA']$

---

4 page 73

Droites	**coefficient directeur**	**ordonnée à l'origine**	**équation réduite**
d_1	2	0	$y = 2x$
d_2	–3	2	$y = –3x + 2$
d_3	0	3	$y = 3$
d_4	$\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{3}$ (voir au-dessous la justification)	$y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$
d_5	XXXXXXXXXXXXXX	XXXXXXXXXXXX	$x = –2$

Pour d_4 , on sait que l'équation réduite est de la forme : $y = \frac{2}{3}x + b$ et que le point de coordonnées (1 ; –1) est sur la droite, d'où, $b = –1 - \frac{2}{3} \times 1 = -\frac{5}{3}$

Commentaires :

1) Le **coefficient directeur** comme son nom l'indique est lié à la direction de la droite dans un repère.

Il est défini par $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ où A et B sont deux points quelconques et distincts de la droite.

Remarque 1 : Il devient évident que si A et B ont la même ordonnée, $m = 0$.

(droite parallèle à l'axe des abscisses)

Remarque 2 :Il devient évident que si A et B ont la même abscisse le calcul n'est pas possible.

(droite parallèle à l'axe des ordonnées)

2) Un **vecteur directeur** comme son nom l'indique est lié à la direction de la droite dans un repère.

Il y a une correspondance très forte entre les coefficients directeurs et vecteurs directeurs mais ce sont des " objets " de nature différente.

Un coefficient est un nombre réel.

Un vecteur est un …... vecteur.

Ce n'est ni un nombre, ni un segment, ni …. .

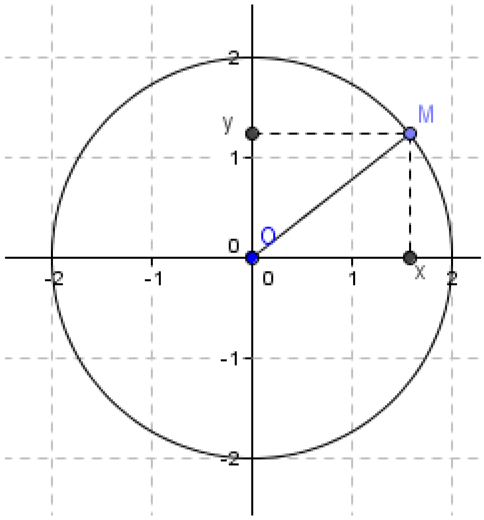
Ce nouvel objet vu en seconde est pour le moment caractérisé par : sa direction, son sens, et, sa longueur.

Dans un repère, $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ (le lien avec le coefficient directeur saute aux yeux)

3) **Équation de courbe** dans un repère.

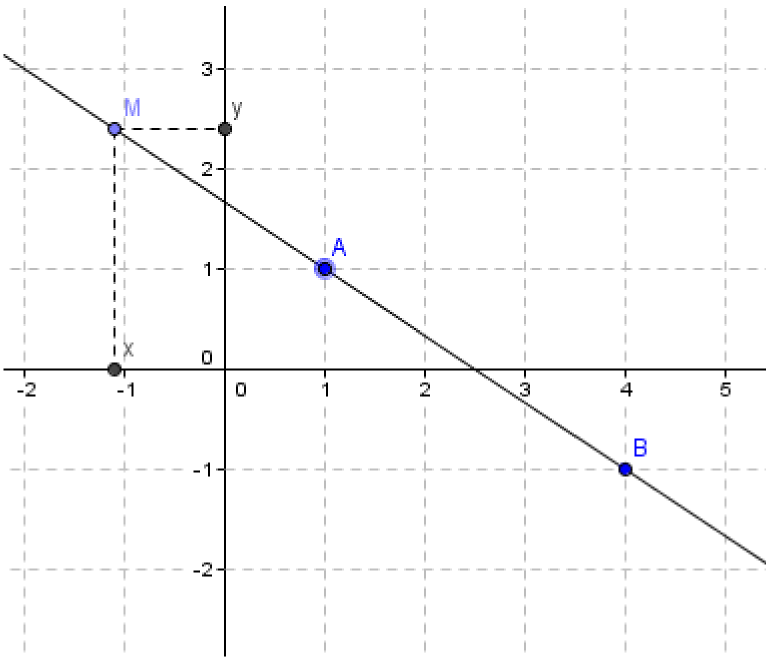
" Une équation de courbe " est une relation entre les coordonnées (souvent notées *x* et *y*) d'un point décrivant la courbe.

Exemple 1 : Un point $M(x\ ;\ y)$ est sur le cercle de centre O et de rayon 2 si et seulement si $x^2 + y^2 = 4$



Preuve : En appliquant le théorème de Pythagore : $x^2 + y^2 = OM^2 = 4$

Exemple 2 :



$A(1\ ;\ 1)$, $B(4\ ;\ -1)$.

Un point M(x ; y) appartient à la droite (AB) si et seulement si $-2(x-1)=3(y-1)$

Preuve : $\dfrac{y-y_A}{x-x_A}=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$, soit : $\dfrac{y-1}{x-1}=\dfrac{3}{-2}$

4) Fonction représentée par ...

dans certain cas, la courbe représente une fonction

Dans l'exemple 1, il n'y a pas de fonction.

Dans l'exemple 2, la droite représente la fonction affine f : $\mapsto -\dfrac{2}{3}x+\dfrac{5}{3}$

Et, dans ce cas, une équation est : $y=f(x)$.

dans l'exercice : d_3 représente une fonction : $x \mapsto 3$

d_5 ne représente pas une fonction (mais il y a bien une équation de d_5)