

## Index

<a href="#">24 page 89</a>	<a href="#">1</a>
<a href="#">53 page 91</a>	<a href="#">1</a>
<a href="#">57 page 92</a>	<a href="#">2</a>
<a href="#">16 page 192 Contrôles comparatifs</a>	<a href="#">3</a>
<a href="#">22 page 193 Contrôle de qualité</a>	<a href="#">4</a>

### 24 page 89

1) En développant  $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ , il vient :

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3 = x^3 - y^3$$

2 a) Comme  $8 = 2^3$ , on a en appliquant l'identité démontrée au 1/ :

$$(2 + h)^3 - 8 = [(2 + h) - 2][(2 + h)^2 + 2 \times (2 + h) + 2^2] = h(12 + 6h + h^2)$$

**remarque :**

le trinôme du second degré  $h^2 + 6h + 12$  ne se factorise pas en facteurs de premier degré puisque  $\Delta = -12$

b) Soit  $f$  la fonction  $x \mapsto x^3$

Évaluons pour  $h \neq 0$ , le quotient : 
$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{(2+h)^3 - 2^3}{h}$$

D'après le 2a), 
$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 12 + 6h + h^2$$

Quand  $h$  tend vers 0, ce rapport tend vers 12.

Le nombre dérivé de la fonction cube en 2 vaut 12.

$$f'(2) = 12$$

### 53 page 91

a)  $f(x) = (2x + 1)^2$

Posons  $u(x) = 2x + 1$   $u$  est une fonction affine, sa dérivée  $u'$  est définie par :  $u'(x) = 2$

On a alors le produit de  $u$  par lui-même.

On a alors :  $(u^2)' = 2u' u$

Conclusion :  $f'(x) = 2 \times 2(2x + 1) = 4(2x + 1)$

b)  $f(x) = x^2(x + 3)$

$f$  est le produit de  $u$  et  $v$  avec  $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v(x) = x + 3 \end{cases}$ , d'où,  $\begin{cases} u'(x) = 2x \\ v'(x) = 1 \end{cases}$ .

$$f'(x) = 2x(x + 3) + 1 \times x^2 = 3x^2 + 6x$$

c)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  est de la forme  $\frac{1}{v}$  avec  $v(x) = x^2$ .

Pour  $x \neq 0$ , on a :  $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2)^2} = \frac{-2}{x^3}$

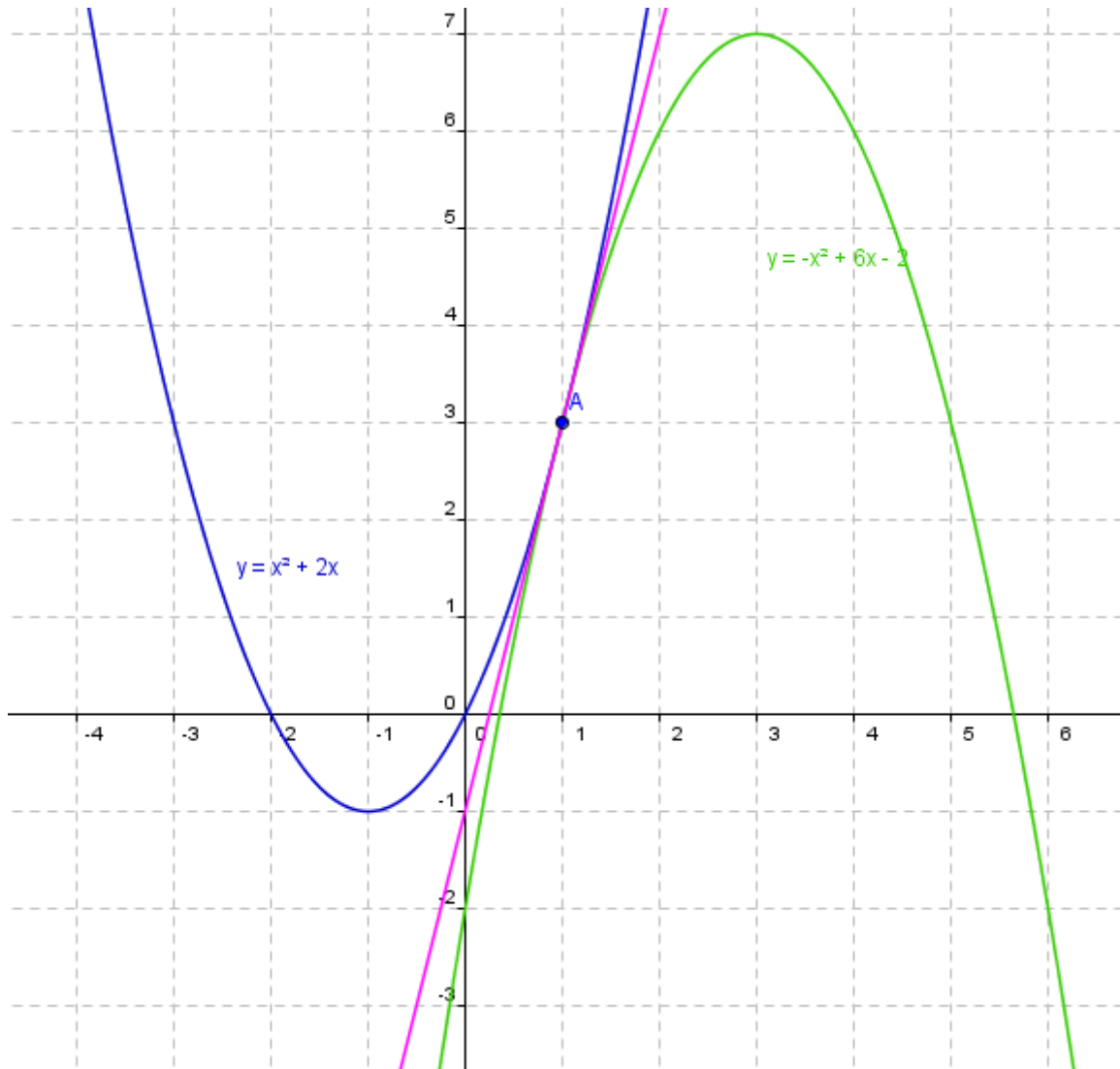
$$d) f(x) = \frac{x^4}{4} - 3x^2 + \frac{x}{5} - 3 = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 + \frac{1}{5}x - 3$$

$$f'(x) = \frac{1}{4} \times 4x^3 - 3 \times 2x + \frac{1}{5} = x^3 - 6x + \frac{1}{5}$$

**57 page 92**

$$\mathcal{C}_1: y = x^2 + 2x, \mathcal{C}_2: y = -x^2 + 6x - 2$$

1) Tracer



2) Les coordonnées des points communs sont les solutions du système 
$$\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ y = -x^2 + 6x - 2 \end{cases}$$

On en tire l'équation :  $x^2 + 2x = -x^2 + 6x - 2$  qui est équivalente à  $2x^2 - 4x + 2 = 0$

$2x^2 - 4x + 2 = 0$  équivaut à  $2(x - 1)^2 = 0$  équivaut à  $x = 1$

Les deux courbes  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  ont pour unique point commun le point  $A(1 ; 3)$

3) On pose  $f(x) = x^2 + 2x$  et  $g(x) = -x^2 + 6x - 2$

Le coefficient directeur de la tangente à  $\mathcal{C}_1$  en  $A$  est  $f'(1)$

Or,  $f'(x) = 2x + 2$ , d'où,  $f'(1) = 4$

Le coefficient directeur de la tangente à  $\mathcal{C}_2$  en  $A$  est  $g'(1)$

Or,  $g'(x) = -2x + 6$ , d'où,  $g'(1) = 4$

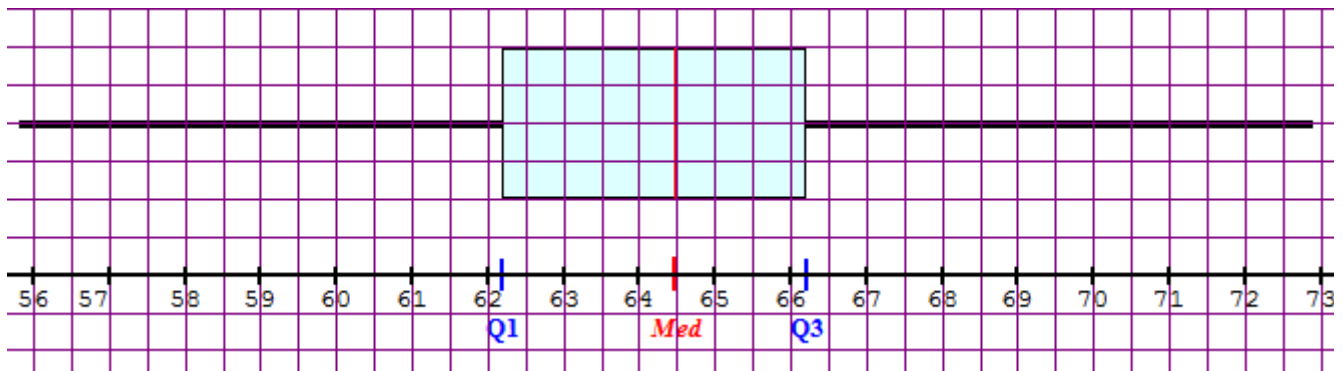
Les deux droites ayant le même coefficient directeur 4 et un point commun  $A$  sont confondues.

**16 page 192 Contrôles comparatifs**

Le relevé ordonné des 40 mesures :

55,8	58,7	59,7	60,3	60,7	61,2	61,2	61,4	62,1	62,2
62,3	62,4	63,1	63,4	63,4	63,6	64,1	64,4	64,4	64,5
64,5	64,6	64,8	65	65,3	65,5	65,6	65,9	66,1	66,2
66,4	67	67,1	67,6	68,7	68,8	69,7	69,8	71	72,9

1 a)  $\text{Min} = 55,8$        $Q1 = 62,2$        $Me = \frac{64,5+64,5}{2} = 64,5$        $Q3 = 66,2$        $\text{Max} = 72,9$



b) Les valeurs aberrantes sont les valeurs qui n'appartiennent pas à  $[Q1 - 1,5I ; Q3 + 1,5I]$  où  $I = Q3 - Q1 = 4$

$Q1 - 1,5I = 62,2 - 6 = 56,2$        $Q3 + 1,5I = 66,2 + 6 = 72,2$

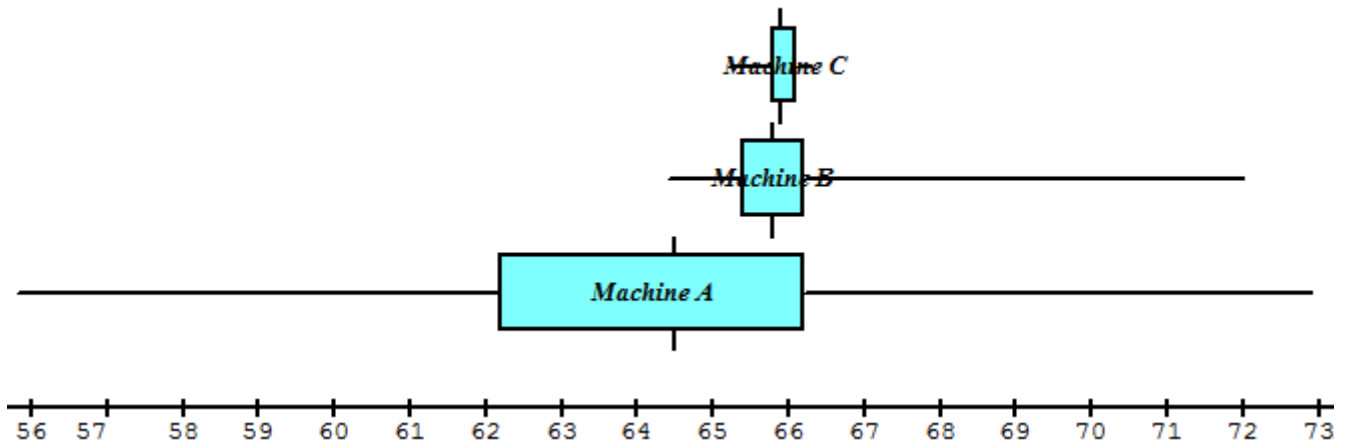
(C'est J.W. Tukey qui a qualifié de valeurs aberrantes les valeurs à l'extérieur de l'intervalle  $[Q1 - 1,5I ; Q3 + 1,5I]$ ).

Les seules valeurs aberrantes sont 55,8 et 72,9 : le pourcentage de valeur aberrante est égal à  $5\% : \frac{2}{40} = \frac{5}{100}$

2) Machine B :  $\text{Min} = 64,4$        $Q1 = 65,4$        $Me = 65,8$        $Q3 = 66,2$        $\text{Max} = 72$

Machine C :  $\text{Min} = 65,2$        $Q1 = 65,8$        $Me = 65,9$        $Q3 = 66,1$        $\text{Max} = 66,3$

a)



b) la première série statistique ne porte que sur 40 valeurs, ce qui est peu.  
 les deux autres séries portent sur 1 200 valeurs ;  
 la machine C est plus régulière.

**22 page 193 Contrôle de qualité**

Organiser les données :

$x_i$	300	303	307	308	309	310	311	312	313	314	315	317	318	319	Total
$n_i$	1	1	1	3	2	2	3	1	1	1	1	1	1	1	20
$n_i x_i$	300	303	307	924	618	620	933	312	313	314	315	317	318	319	6213
$n_i x_i^2$	9000	9180	9424	2845	1909	1922	2901	9734	9796	9859	9922	1004	1011	1017	1930
	0	9	9	92	62	00	63	4	9	6	5	89	24	61	483

$$m = \frac{6213}{20} = 310,65 \text{ (en grammes)}$$

$$V = \frac{1930483}{20} - 310,65^2 = 20,7275$$

$$s \approx 4,55 \text{ (en grammes)}$$

L'intervalle  $[m - s ; m + s]$  donne  $[306,1 ; 315,2]$ , soit en arrondissant aux entiers des données :  $[307 ; 316]$ .

Cet intervalle contient : 15 barquettes.

On a donc :  $\frac{15}{20} = \frac{75}{100}$  de barquettes dans cet intervalle.

Le lot est rejeté.