Exercice 1 Logique ***2 points***

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses.

Si la proposition est fausse, donner un contre-exemple qui prouve qu'elle est fausse.

Si la proposition est vraie, rappeler la propriété du cours qui prouve que la proposition est vraie.

Proposition 1 : Si $a < b$ alors $a^2 < b^2$

Proposition 2 : Si $a < b < 0$ alors $a^2 > b^2$.

Exercice 2 Fonction ***3 points***

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 2x - 1$

1) a) Calculer la dérivée $f'(x)$ de f.

b) En déduire la variation de f sur $\mathbb{R}$.

2) a) Calculer $f(0)$ et $f(1)$.

b) Justifier, en rédigeant précisément, la proposition suivante :

L'équation $f(x) = 0$ admet une et une seule solution sur $\mathbb{R}$ et cette solution est strictement comprise entre 0 et 1.

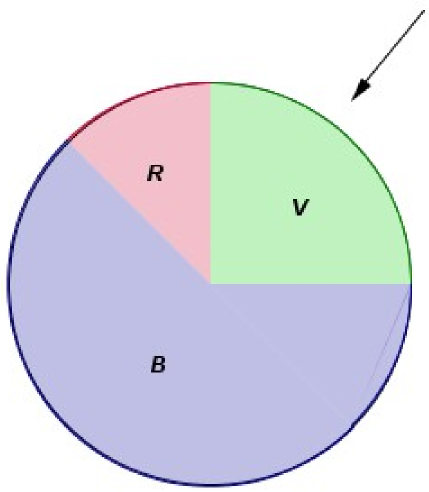
Exercice 3 Variable aléatoire : Connaître le cours et mise en équation ***3 points***

X est une variable aléatoire prenant les valeurs -1 ; 0 et 2.

Calculer les nombres réels a et b sachant que la loi de probabilité de X est donnée dans le tableau suivant et que $E(X) = 0$.

x_i	-1	0	2
p_i	$\frac{1}{4}$	a	b

Exercice 4 Donner du sens à l'espérance mathématique
4 points



Pour financer une sortie scolaire, on organise une loterie.

L'organisateur cherche à savoir à combien il doit fixer la mise x (*c'est-à-dire : le prix à payer pour jouer une partie*) pour s'assurer un bénéfice.

On fait tourner la roue ci-contre divisée en trois secteurs : Rouge (R), Vert (V), Bleu (B).

L'angle au centre du secteur rouge vaut 45° et celui du secteur vert vaut 90°.

Lorsque la roue s'arrête, une flèche indique l'un des secteurs. On considère que la probabilité est proportionnelle à l'angle du secteur.

Le joueur gagne 10 € lorsque la flèche indique le secteur rouge, 5 € lorsqu'elle indique le secteur vert et ne gagne rien lorsque le secteur est bleu.

1) Soit G la variable aléatoire donnant le gain du joueur.

Déterminer la loi de probabilité de G et l'espérance mathématique $E(G)$.

2) L'organisateur compte sur 1 000 parties et espère récolter ainsi 1 500€. Quel doit être le montant de la mise dans ces conditions ?

Exercice 5 Produit scalaire *8 points*

Lorsqu'il s'agit d'un repère, ce repère est un repère orthonormal.

1) On donne $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x-3\\2x+1\end{pmatrix}$.

Déterminer x pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

2) a) Soit deux points $A(2\,;-1)$ et $B(3\,;5)$.

Déterminer une équation du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$.

Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ en A.

b) Quel est l'ensemble $\mathscr{E}_1$ des points $M(x\,;y)$ tels que $x^2+y^2+2x-4y+4=0$

c) Quel est l'ensemble $\mathscr{E}_2$ des points $M(x\,;y)$ tels que $x^2+y^2+6x+8y+55=0$

3) $ABCD$ est un carré de centre O et I, J, K, L sont les milieux des côtés (voir figure).

La longueur du côté vaut 4.

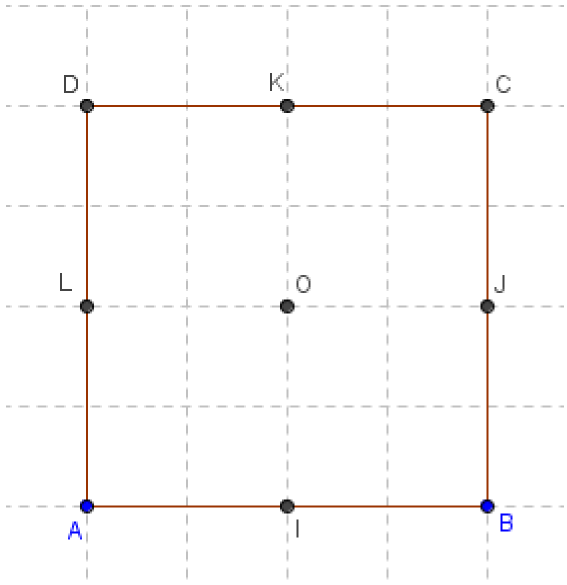
Compléter les égalités :

a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$ = ……………… b) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ = ………………

c) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$ = ……………… d) $\overrightarrow{OI}\cdot\overrightarrow{BA}$ = ………………

e) $\overrightarrow{JK}\cdot\overrightarrow{IL}$ = ……………… f) $\overrightarrow{JI}\cdot\overrightarrow{LK}$ = ………………

f) M étant un point quelconque sur $[BD]$, calculer $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}$.



À noter sur votre agenda :
prochain DS : DS9 en fonction de la date du conseil de classe
DM9 à rendre le mardi 12 mai 2015 :
85 page 124 ; 76 page 175 ; 139 page 337