

Exercice 1

Pourcentages

N°	Données	Propositions			
1 (1)	Augmenter une quantité q de 5%,	c'est ajouter 0,05 à q	c'est multiplier q par 1,05	c'est multiplier q par 0,95	C'est ajouter $0,05q$ à q
En effet, augmenter de 5 % la quantité q donne $q + q \times \frac{5}{100} = q + 0,05q = q(1 + 0,05) = q \times 1,05$					
2 (1)	Après une diminution de 10%, un prix s'élève à 135€	Avant diminution le prix affiché était 145 €	Avant diminution le prix affiché était 150 €	Le prix initial a été divisé par 1,1	Le prix initial vaut 10% de plus que le prix payé.
En effet, " le prix initial " $\times 0,9 = 135$, d'où, " prix initial " est $\frac{135}{0,9} = 150$ €. Augmenter de 10 % ne compense pas la baisse de 10 %. $\frac{10}{100} \times 135 = 13,5$ et $\frac{10}{100} \times 150 = 15$; $\frac{150}{1,1} \neq 135$					
3 (1)	pour annuler une hausse de 25 %	on applique une baisse de 25 %	on multiplie par 0,8	on divise par $\frac{5}{4}$	on retranche 25
" Valeur initiale " $\times 1,25 =$ " Valeur Finale ", d'où, Valeur initiale = $\frac{\text{Valeur Finale}}{1,25}$ et $1,25 = \frac{5}{4}$ et $\frac{4}{5} = 0,8$					

Second degré :

Dans les items suivants 4 à 8, $a \neq 0$, on considère la fonction $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$
 C_f est la parabole de sommet S représentant f dans un repère.

N°	Données	Propositions			
4 0,5	Soit le polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$	Le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$	Le discriminant $\Delta = -b^2 - 4ac$	Le discriminant $\Delta = 2b - 4ac$	
Sans commentaires !					
5 0,5	On sait que : $\Delta > 0$	Le polynôme possède deux racines qui valent $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	Le polynôme possède deux racines qui valent $x_1 = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	Le polynôme possède deux racines qui valent $x_1 = \frac{b^2 - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{b^2 + \sqrt{\Delta}}{2a}$	Le polynôme ne possède pas de racines
Sans commentaires					
6 (1)	On sait que : le polynôme a deux racines x_1 et x_2	On peut écrire $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$	Le discriminant Δ est positif	Le discriminant Δ est négatif	On ne peut pas savoir le signe du discriminant
7 (1)	On sait que : $f(x) < 0$ si et seulement si $x \in]-\infty; x_1[\cup]x_2; +\infty[$	$a < 0$	$a > 0$	$\Delta < 0$	$\Delta > 0$

N°	Données	Propositions		
8 0,5	l'équation $f(x) = k$ a deux solutions s_1 et s_2 L'abscisse du sommet S est :	$x_s = \frac{s_1 - s_2}{2}$	$x_s = \frac{s_1 + s_2}{2}$	on ne peut pas savoir

Pour tous les items 4 à 8, revoir si nécessaire le chapitre sur le second degré.

Notamment, faites le lien avec la parabole représentative d'un polynôme du second degré.

Item 7 : la parabole est " tournée vers le bas " et coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisses x_1 et x_2 .

Item 8 : le sommet est sur l'axe de symétrie de la parabole.

Fonctions : Dérivation

N°	Données	Propositions		
9 0,5	u et v sont des fonctions dérivables sur I , et $v \neq 0$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{v'u - u'v}{v^2}$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}$
10 0,5	u est une fonction dérivable sur I $u \neq 0$ sur I	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$	
11 0,5	g est une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} , et, f est définie par $f(x) = x^2 \times g(x)$	$f'(x) = 2x \times g'(x)$	$f'(x) = x^2 \times g'(x)$	$f'(x) = 2x \times g(x) + x^2 \times g'(x)$

Pour les items 9 à 11, dérivée d'un quotient de fonctions, de l'inverse d'une fonction et d'un produit de deux fonctions.

Réfléchir à : " la fonction inverse " est définie par Si on note f la fonction, $f: (\text{Réel} \mapsto \frac{1}{\text{Réel}})$

" l'inverse de la fonction " est définie par $\text{Réel} \mapsto u(\text{Réel}) \mapsto \frac{1}{u(\text{Réel})}$
 $f: \text{Réel} \mapsto \frac{1}{u(\text{Réel})}$

12 (1)	f et g sont deux fonctions dérivables, et, on sait que : $f(1) = 2, g(1) = -1,$ $f'(1) = -3$ et $g'(1) = -2$	$(f+g)'(1) = -5$	$(fg)'(1) = 7$	$(fg)'(1) = 6$	$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = 7$
-----------	---	------------------	----------------	----------------	------------------------------------

Pour tout x appartenant aux intervalles de dérivabilité, on a :

$$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x), (fg)'(x) = f'(x) \times g(x) + g'(x) \times f(x),$$

$$\text{et, lorsque } g(x) \neq 0, \left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \times g(x) - g'(x) \times f(x)}{[g(x)]^2}$$

En remplaçant x par 1, on a donc : $(f+g)'(1) = -3 - 2 = -5, (fg)'(1) = -3 \times (-1) + (-2) \times 2 = -1$, et,

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{-3 \times (-1) - (-2) \times 2}{(-1)^2} = 7$$

N°	Données	Propositions			
13 (1)	Soit h une fonction dérivable et C_h sa représentation graphique	Le coefficient directeur de la tangente à C_h au point d'abscisse a est $h'(a)$	Le coefficient directeur de la tangente à C_h au point d'abscisse a est $h'(a)$	L'ordonnée du point de C_h d'abscisse a est $h'(a)$	L'ordonnée du point de C_h d'abscisse a est $h(a)$
Voir les définitions du cours : Le coefficient directeur au point d'abscisse a de C_h est $h'(a)$. L'ordonnée d'un point d'abscisse a de C_h est $h(a)$.					

Fonctions affines, droites

N°	Données	Propositions			
14 (1)	Soit $g(x) = 3x + 1 $	Pour tout x , $g(x) = 3x + 1$	Pour tout x , $g(x) = -3x - 1$	Pour tout $x < 0$, $g(x) = -3x - 1$	Pour tout $x < -10$, $g(x) = -3x - 1$
En effet, $3x + 1 \geq 0$ si et seulement si $x \geq -\frac{1}{3}$ $ 3x + 1 = -(3x + 1) = -3x - 1$ si et seulement si $x \leq -\frac{1}{3}$ D'où, la proposition 3/ est fautive : Si $x < 0$, on n'a pas nécessairement $3x + 1 \leq 0$ la proposition est 4/ est vraie : Si $x < 10$ alors $3x + 1 < 0$					
15 1,5	Dans un repère orthonormal, la droite d'équation $y = 3x + 1$	passe par le point de coordonnées $(1; 0)$ a pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	passe par le point de coordonnées $(0; 1)$ a pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	passe par le point de coordonnées $(-1; -2)$ a pour vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	passe par le point de coordonnées $(-1; 2)$ a pour vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$
16 1,5	Dans un repère orthonormal, $2x + 3y + 1 = 0$ est une équation de droite	de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ passe par le point de coordonnées $(0; 1)$	de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ passe par le point de coordonnées $(1; 0)$	de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ passe par le point de coordonnées $(1; -1)$	de coefficient directeur $m = -\frac{2}{3}$ passe par le point de coordonnées $(4; -3)$
17 (2)	Dans un repère orthonormal, la droite passant par $A(1; 2)$ et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$	a pour équation : $5x - 2y + 3 = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$	a pour équation : $-2x + 5y - 8 = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$	$y = \frac{2}{5}x + 2$ a pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$	$y = \frac{2}{5}x + \frac{8}{5}$ a pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

Pour les items de 14 à 16 :

Équation réduite d'une droite : $y = mx + p$ où m est le coefficient directeur

Équation cartésienne d'une droite : $(a ; b) \neq (0 ; 0)$ et $ax + by + c = 0$

$\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite et, dans un repère orthonormal, $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est un vecteur normal.

Tout vecteur non nul colinéaire à un vecteur directeur est un vecteur directeur de la droite.

Tout vecteur non nul colinéaire à un vecteur normal est un vecteur normal de la droite.

Une équation réduite $y = mx + p$ peut s'écrire $mx - y + p = 0$ d'où un vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$

Si \vec{u} et \vec{n} sont respectivement des vecteurs directeurs et normaux d'une droite alors $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$

Un point $K(\alpha ; \beta)$ appartient à la droite d'équation donnée si et seulement si ses coordonnées α et β sont solutions de l'équation donnée.

N°	Données	Propositions			
18 (2)	Le point A d'abscisse 2 sur la courbe C_f représentative de la fonction $f: x \mapsto 2 + \frac{1}{x^2}$	a pour ordonnée 6	a pour ordonnée $f(2)$	a pour ordonnée $\frac{9}{4}$	a la même ordonnée que le point d'abscisse -2 de C_f .
		La tangente en ce point A a pour équation : $y = f'(2)(x - 2) + f(2)$	La tangente en ce point A a pour équation : $y = -\frac{1}{8}x + \frac{5}{2}$	Il n'y a pas de tangente en ce point A	

L'ordonnée de A est $f(2) = 2 + \frac{1}{2^2} = \frac{9}{4}$ et comme $(-2)^2 = 2^2$, on a : $f(-2) = f(2)$

Lorsque f est dérivable en a , le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente en a , et,

$$f'(a) = \frac{y - f(a)}{x - a}$$

Une équation de la tangente en a est $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

$$f'(x) = -\frac{2}{x^3}, \text{ d'où, } f'(2) = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

Statistiques- probabilités

N°	Données	Propositions														
19 (2)	la série statistique <table border="1"> <tr> <td>x_i</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>n_i</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>5</td> <td>2</td> </tr> </table>	x_i	2	3	5	6	7	n_i	4	4	7	5	2			
	x_i	2	3	5	6	7										
	n_i	4	4	7	5	2										
	est représentée par la boîte à moustaches	la fréquence de la valeur 3 est 4	la fréquence de la valeur 3 est 4%	la fréquence de la valeur 3 est $\frac{4}{22}$												
	la moyenne vaut 4,6	la moyenne vaut 5	la moyenne vaut 4,5													
	l'écart-type est 5	l'écart-type est 3	l'écart-type vaut environ 1,64													

La médiane est la moyenne entre la 11^{ème} et la 12^{ème} valeur. (ici : 5)

La fréquence d'une valeur est le quotient : $\frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$

20 (1)	P est une probabilité définie sur un univers Ω . A et B sont deux événements	$0 \leq P(A) \leq 1$	$P(A) + P(\bar{A}) = 1$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	$P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$
		Voir cours. ...			

21 0,5	Dans un sac, il y a 20 jetons de forme et de couleur différentes. 7 jetons sont de forme carrée, 12 jetons sont rouges et 3 jetons sont carrés et rouges.	8 jetons ne sont pas rouges	7 jetons ne sont ni rouges, ni carrés	4 jetons ne sont ni rouges, ni carrés	9 jetons rouges ne sont pas carrés
		Faire un tableau à double entrée :			
			Carré	$\overline{\text{Carré}}$	Total
		Rouge	3	12 - 3 = 9	12
$\overline{\text{Rouge}}$	7 - 3 = 4	8 - 4 = 4	20 - 12 = 8		
Total	7	20 - 7 = 13	20		
En jaune, les jetons qui ne sont pas rouges, en bleu, ceux qui ne sont ni rouges, ni carrés, en magenta, les jetons rouges qui ne sont pas carrés.					

Dans les items 22 et 23, on considère la loi de probabilité d'une variable aléatoire X donnée par le tableau suivant :

x_i	0	2	4	6
$p(X = x_i)$	0,2	0,1	a	0,4

22 0,5	a est égal à	0,2	0,5	0,3	on ne peut pas savoir
-----------	----------------	-----	-----	-----	-----------------------

23 0,5	P(X > 0) est égale à			0,2	0,8	1	on ne peut pas savoir
La somme 0,2 + 0,1 + a + 0,4 = 1, donc : a = 1 - 0,7 = 0,3 P(X > 0) = 1 - P(X ≤ 0) = 1 - 0,2 = 0,8							
24 (1)	la loi de probabilité de la variable aléatoire X est :			L'espérance E(X) = 0	L'espérance E(X) = 1	la variance V(X) = 0	la variance V(X) = 4,5
	x_i	-2	1	3	$E(X) = -2 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} = 0$ $V(X) = (-2 - 0)^2 \times \frac{1}{2} + (1 - 0)^2 \times \frac{1}{4} + (3 - 0)^2 \times \frac{1}{4} = \frac{9}{2} = 4,5$		
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$				

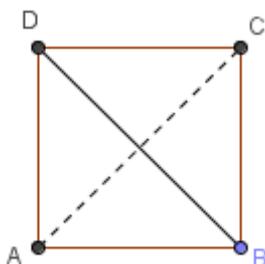
Suites

N°	Données	Propositions			
25 0,5	S = 1 + 3 + ... + 199 (Somme des entiers impairs successifs)	$S = \frac{(1+199) \times 100}{2}$	$S = \frac{1-2^{100}}{1-2}$	$S = \frac{(1+199) \times (199-1)}{2}$	
Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique : le premier terme est 1, le dernier terme est 199. La raison est 2 et 199 = 1 + 2 × 99, le nombre de termes est 100					
26 0,5	S = 1 + 3 + 3 ² + ... + 3 ⁵⁵ (Somme des puissances successives de 3)	$S = \frac{(1+3^{55}) \times 56}{2}$	$S = \frac{(1+3^{56}) \times 55}{2}$	$S = \frac{3^{56}-1}{2}$	
Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique de raison 3. Le premier terme est 1, le le nombre de termes est 56					
27 0,5	la suite (u _n) est définie sur IN par u _n = n ² - 2n + 2	u ₀ = 2	u ₁ = 2	u ₂ = 2	u ₃ = 2
Suite définie par u _n = f(n). On calcule l'image de 0, de 1, de 2, de 3 ... u ₀ = 0 ² - 2 × 0 + 2 = 2, u ₁ = 1 ² - 2 × 1 + 2 = 1, u ₂ = 2 ² - 2 × 2 + 2 = 2, u ₃ = 3 ² - 2 × 3 + 2 = 5					
28 0,5	la suite (u _n) définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$	est une suite arithmétique	est une suite géométrique	n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique	u ₁₅ = 62
C'est la définition d'une suite arithmétique de raison 4. On a alors : u ₁₅ = u ₀ + 15 × 4 = 62					
29 0,5	la suite (v _n) définie par $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 4 v_n \end{cases}$	est une suite arithmétique	est une suite géométrique	n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique	v ₅ = 2 048
C'est la définition d'une suite géométrique de raison 4. On a alors : v ₅ = v ₀ × 4 ⁵ = 2048					

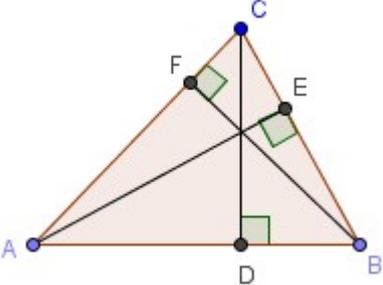
N°	Données	Propositions			
30 0,5	la suite (w_n) définie par $w_n = 2n + 1$	est une suite arithmétique	est une suite géométrique	n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique	vérifie $w_0 = 1$ et $w_{n+1} = 2w_n + 1$
$f(n) = 2n + 1$ est une fonction affine. (w_n) est donc une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme 1. (Suite des entiers impairs) Pour la dernière proposition, il suffit de vérifier que $w_2 = 5$ d'après la définition et que $2w_1 + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$ pour montrer qu'elle est fausse					
31 0,5	la suite (x_n) définie par $x_n = 2^n + 1$	est une suite arithmétique	est une suite géométrique	n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique	vérifie $x_{n+1} = 2x_n - 1$ et $x_0 = 2$
En calculant x_0, x_1 et x_2 , on a : $x_0 = 2, x_1 = 3$ et $x_2 = 5$, ni les différences, ni les quotients ne sont des constantes. Pour la dernière proposition : $x_0 = 2$ est vraie et $x_{n+1} = 2x_n - 1 = 2(2^n + 1) - 1 = 2^{n+1} + 1$ (définition de la suite)					
32 0,5	La suite (u_n) définie par $u_n = 0,5^n$	converge vers 0		diverge vers $+\infty$.	
(u_n) est une suite géométrique de raison 0,5 et $0 < 0,5 < 1$					
33 0,5	La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 0,5n$	converge vers 0		diverge vers $+\infty$.	
(u_n) est une suite arithmétique de raison 0,5 et $0,5 > 0$					

Produit scalaire- trigonométrie

Dans les items 34 à 37, ABCD est un carré direct de côté a,



N°	Données	Propositions		
34 0,5	$\vec{AB} \cdot \vec{DC}$	a^2	$-a^2$	0
35 0,5	$\vec{AB} \cdot \vec{AC}$	a^2	$-a^2$	0
36 0,5	$\vec{AB} \cdot \vec{BD}$	a^2	$-a^2$	0
37 0,5	$\vec{BC} \cdot \vec{CA}$	a^2	$-a^2$	0

N°	Données	Propositions		
<p>Quelque soit la méthode choisie (coordonnées, projeté orthogonal, longueur et cosinus, décomposition ...) Par exemple : $\vec{AB} = \vec{DC}$, d'où, $\vec{AB} \cdot \vec{DC} = \vec{AB} \cdot \vec{AB} = AB^2 = a^2$ Le projeté orthogonal de C sur (AB) est B, d'où, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AB} = AB^2 = a^2$ Dans un repère orthonormal tel que $D(0; 0)$, $C(a; 0)$, $A(0; a)$, $B(a; a)$, $\vec{AB} \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{BD} \begin{pmatrix} -a \\ -a \end{pmatrix}$, d'où, $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = a \times (-a) + 0 \times a = -a^2$ $\vec{BC} \cdot \vec{CA} = \vec{BC} \cdot (\vec{CB} + \vec{BA}) = -\vec{BC} \cdot \vec{BC} + \vec{BC} \cdot \vec{BA} = -a^2 + 0 = -a^2$</p>				
38 (I)	<p>ABC est un triangle tel que $AB = 5, AC = 3, BC = 4$</p>	$\cos \hat{A} = \frac{5}{3}$	$\cos \hat{A} = \frac{3}{5}$	$\cos \hat{A} = \frac{3}{4}$
<p>Le triangle ABC est rectangle en B puisque $25 = 16 + 9$ $\cos \hat{A} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$</p>				
39 (I)	<p>ABC est un triangle tel que $AB = 6, AC = 3, BC = 4$</p>	$\cos \hat{A} = \frac{29}{36}$	$\cos \hat{A} = \frac{3}{6}$	$\cos \hat{A} = \frac{4}{6}$
<p>Théorème d'Al-Kashi : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos \hat{A}$ $\cos \hat{A} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \times AB \times AC} = \frac{36 + 9 - 16}{2 \times 6 \times 3}$</p>				
40 (I)	$\cos \frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\cos \frac{2\pi}{3}$
		$\cos \frac{\pi}{3}$	$\sin \frac{\pi}{6}$	$\sin \frac{5\pi}{6}$
<p>voir cercle trigonométrique,</p>				
41 (I)	 <p>codage sur la figure</p>	$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AE}^2$	$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AD}$	$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AF} \cdot \vec{AC}$
<p>Le projeté orthogonal de \vec{AC} sur \vec{AB} est \vec{AD} et celui de \vec{AB} sur \vec{AC} est \vec{AF}. On peut remarquer : $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (\vec{AE} + \vec{EB})(\vec{AE} + \vec{EC}) = \vec{AE}^2 + \vec{AE} \cdot \vec{EC} + \vec{EB} \cdot \vec{AE} + \vec{EB} \cdot \vec{EC}$ Comme $E \in [BC]$, \vec{EB} et \vec{EC} sont colinéaires de sens opposés. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AE^2 - EB \cdot EC.$</p>				