Il sera tenu compte dans l'évaluation de la copie du soin apporté à la rédaction.

Si vous ne réussissez pas à démontrer un résultat annoncé, vous pouvez l'admettre pour l'utiliser dans des questions suivantes en écrivant clairement que vous admettez ce résultat,

Rédiger chacun des exercices sur des feuilles distinctes (4 exercices = 4 copies)

Exercice 1 ***4 points***

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

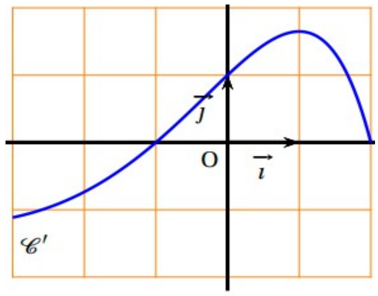
On considère une fonction f dérivable sur l'intervalle [–3 ; 2].

On dispose des informations suivantes :

* $f(0) = -1$.

* la dérivée f' de la fonction f admet la courbe $\mathscr{C}'$ ci-contre.

* $\mathscr{C}'$ passe par les points de coordonnées (–1 ; 0) et (0 ; 1).



A. Faire le tableau des variations de f.

B. Pour chaque affirmation suivante, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.
 1. La fonction f est croissante sur l'intervalle [–1 ; 2]
 2. Pour tout réel x de l'intervalle [–3 ; 2], $f(x) \geqslant -1$.

C. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.

Exercice 2 *Figure à compléter et à rendre avec l'exercice en annexe* ***8 points***

On considère un triangle ABC, et I est le milieu de $[BC]$.

Question préliminaire :

Placer sur la figure en annexe le point J tel que $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

On appelle G le point défini par $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. (Ne pas chercher à placer le point G maintenant).

L'objectif de l'exercice est de déterminer la position du point G et de le construire par deux méthodes différentes.

Les deux parties peuvent être traitées dans n'importe quel ordre.

Partie I- Étude par du calcul vectoriel

1) a) Justifier l'égalité suivante: $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AG}$ sont colinéaires,

En déduire que le point G est sur la droite (AI).

2) a) Montrer les deux égalités suivantes :

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{BG} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC} .$$

b) En déduire que G est sur la droite (BJ).

3) Construire le point G.

Partie II- Étude par du calcul analytique.

On se place dans le repère $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

1) Donner sans justification les coordonnées des points A, B, C, I et J dans ce repère.

On rappelle que G est le point défini par $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.

Quelles sont les coordonnées de G dans le repère dans ce repère.

2) Déterminer une équation de la droite (AI) dans ce repère.

Vérifier que G est un point de la droite (AI).

3) Déterminer une équation de la droite passant par B et de vecteur directeur $\overrightarrow{BJ}$.

Montrer que G est le point d'intersection des droites (AI) et (BJ).

Exercice 3 ***4 points***

Dans une usine de produits cosmétiques, le coût de fabrication journalier d'une crème est donné (en euros) par $C(q) = 2q^2 + 40q + 200$, où q est la quantité produite en kilogrammes. La capacité de production est de 25kg par jour. Le prix de vente est de 90€ le kilo et on suppose que toute la production de l'entreprise est vendue.

Les deux parties peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A *Toute prise d'initiative cohérente sera prise en compte dans l'évaluation.*

1. Quelles quantités doit produire l'entreprise pour réaliser un bénéfice ?
2. Quel est le bénéfice maximal que peut atteindre l'entreprise ?

Partie B

On admet que le bénéfice est donné, en euros, par $B(q) = -2q^2 + 50q - 200$

1. Calculer les racines de B, en déduire son signe.
2. Expliquer pourquoi le tableau de variation de B est de la forme ci-dessous, préciser les valeurs de α, $B(\alpha)$, $B(0)$ et $B(25)$.

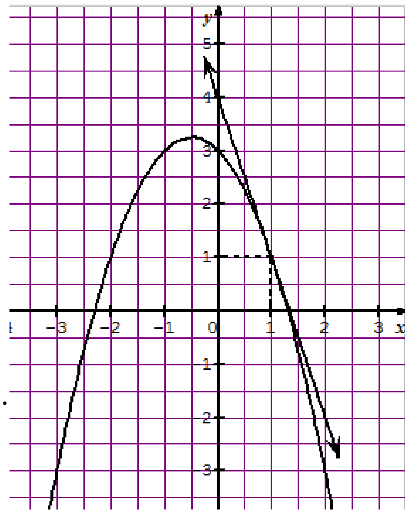
q	0	α	25
$B(q)$	$B(0)$ ↗	$B(\alpha)$ ↘	$B(25)$

3. Donner les variations des fonctions g et h définies par $g(q) = \sqrt{B(q)}$ et $h(q) = \dfrac{1}{B(q)}$.

Exercice 4 **4 points**
Partie A: Questionnaire à choix multiples.
Indiquer la ou les bonnes réponses.

1) Soit $f(x) = 5x^2 + 9x + 4$ sur $\mathbb{R}$.
a) $f(x) > 0$ pour tout x réel.
b) $f(x) < 0$ pour tout x réel.
c) $f(x)$ n'est pas de signe constant.
d) $f(x) < 0$ sur $]-\infty; 0]$.

2) Soit $f(x) = \sqrt{3-x}$. Alors f est strictement décroissante sur:
a) $[0; +\infty[$.
b) $]-\infty; 4]$
c) $[3; +\infty[$.
d) $]-\infty; 3]$



3) Cette courbe représente une fonction f. Par lecture graphique :
a) $f'(1) = 1$
b) $f'(1) = -\dfrac{1}{3}$
c) $f'(1) = -3$
d) La tangente à cette courbe en son point d'abscisse 1 a pour équation $y = -3x + 1$.

4) Soit $d_1 : 5x - 2y - 1 = 0$ et $d_2 : -10x + 4y + 2 = 0$
a) $A(1 ; 2)$ appartient à d_1 et à d_2 .
b) d_1 et d_2 sont sécantes.
c) $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d_1
d) Les vecteurs directeurs de d_1 et de d_2 sont colinéaires.

Partie B: Vrai- Faux.
Dire si la proposition est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.
1) La fonction $x \to 3x^2 - 8x + 2$ admet un maximum.
2) La fonction $x \to -4 + \dfrac{2}{x}$ a le sens de variation contraire à celui de la fonction inverse sur $]-\infty; 0[$.
3) Si $RI = IS$ alors I est le milieu de $[RS]$.

Annexe :

(*Figure à compléter et à rendre avec avec la copie de l'exercice 2*)