

Index

Activité 1 page 226.....	1
Activité 2 page 227.....	4
17 page 246.....	6
18 page 246.....	6
19 page 246.....	7
21 page 247.....	8
23 page 247.....	9
34 page 249.....	10
57 page 252.....	11
Activité 1 page 226	

A/ Une expérience aléatoire élémentaire.

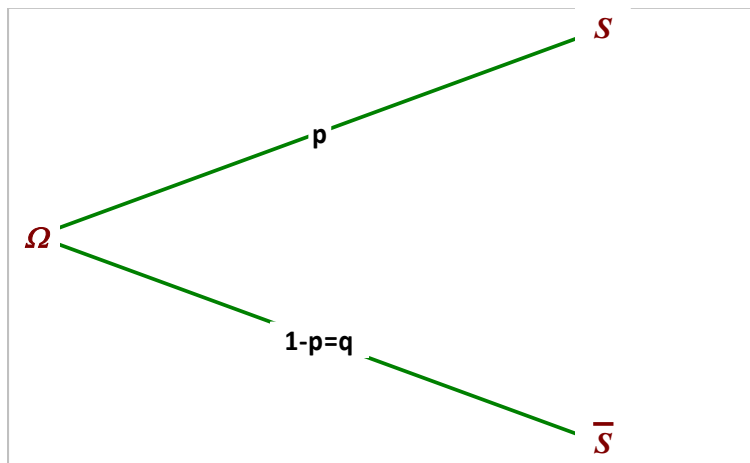
Vers la définition d'une épreuve de Bernoulli (Jacob Bernoulli : (1654-1705))

$$P(S) = \frac{1}{3}, \text{ d'où, } P(\bar{S}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Bilan : On considère une épreuve à deux issues (S et \bar{S}) ou (S et E) (Comme Succès et Échec)

On pose $P(S) = p$ et, par conséquent $P(\bar{S}) = 1 - p = q$

Un telle épreuve à deux issues S et \bar{S} est **une épreuve de Bernoulli** de paramètre p .

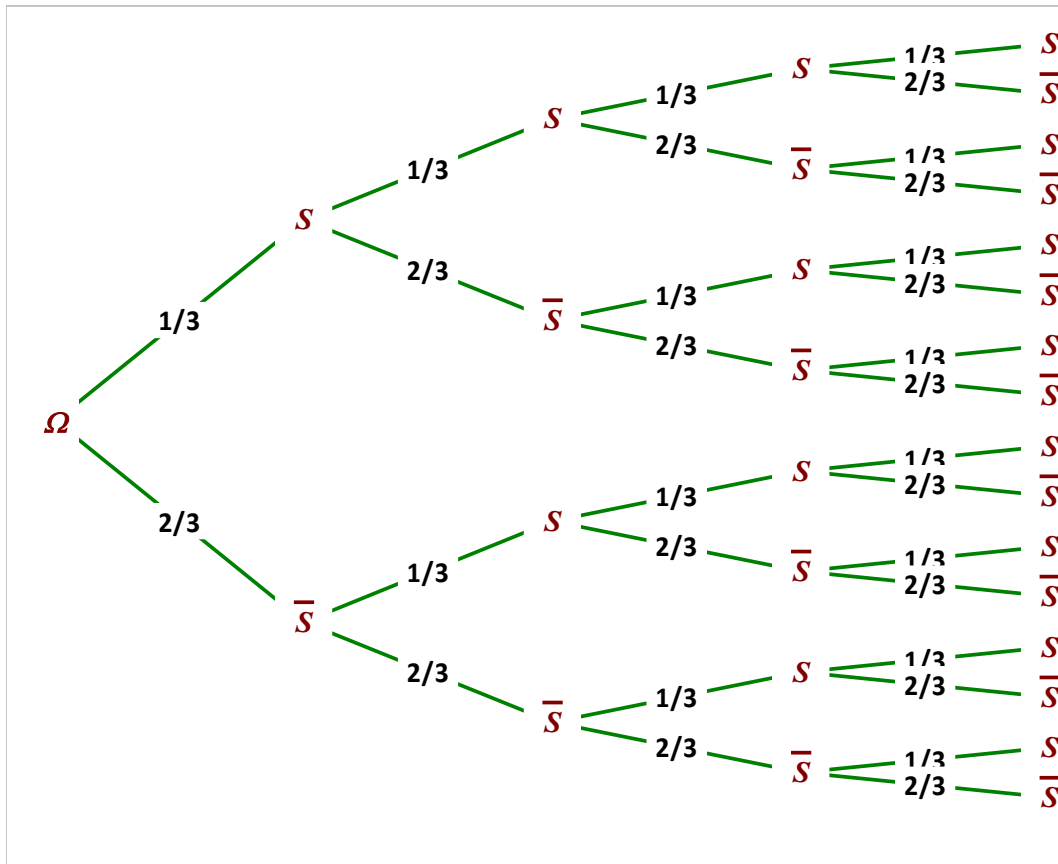


B/ Quatre répétitions : Un schéma de Bernoulli.

1a)

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*



b) L'issue $S\bar{S}\bar{S}\bar{S}$ a pour probabilité $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$

L'issue $\bar{S}\bar{S}\bar{S}S$ a pour probabilité $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$

c) P(" Obtenir deux succès ") = $P(S\bar{S}\bar{S}\bar{S}) + P(\bar{S}\bar{S}\bar{S}S) + P(\bar{S}\bar{S}S\bar{S}) + P(S\bar{S}S\bar{S}) + P(\bar{S}S\bar{S}S) + P(S\bar{S}S\bar{S})$
 $= 6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$

2)

k	0	1	2	3	4	Total
$P(X=k)$	$\left(\frac{2}{3}\right)^4$	$4 \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$	$6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$	$4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{3}\right)^4$	1

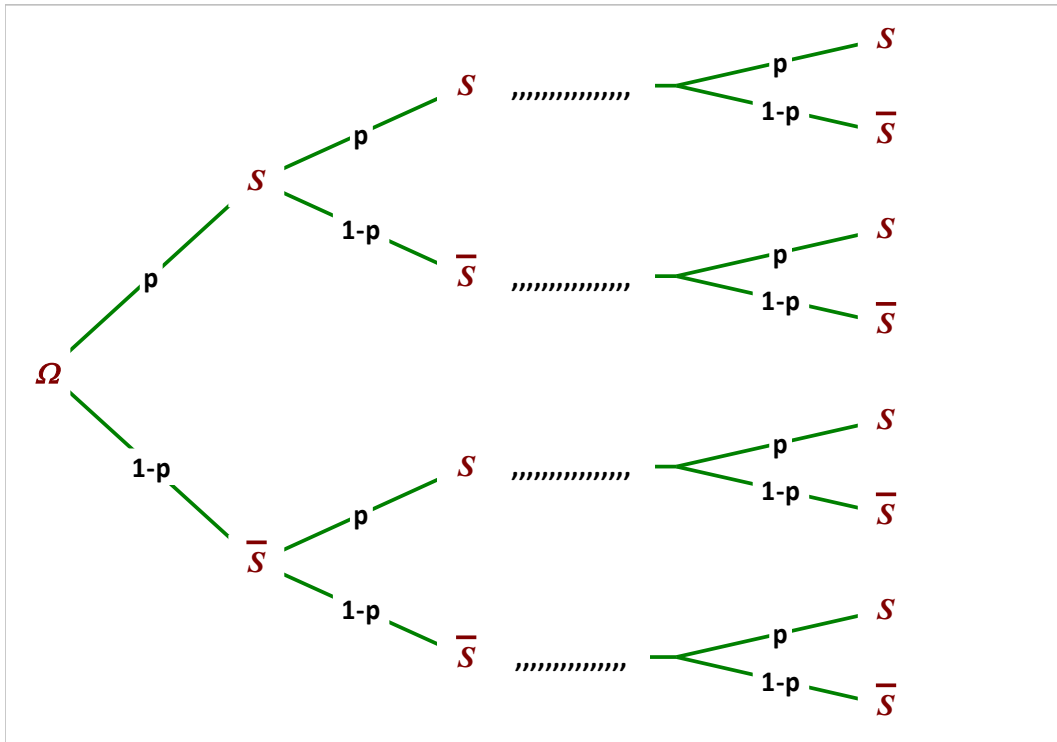
Bilan : On appelle **schéma de Bernoulli** une expérience aléatoire où on répète n épreuves de Bernoulli de paramètre p **identiques et indépendantes**.

On peut associer un arbre où un chemin est une liste de n éléments S et \bar{S} .

Un chemin ayant k succès a donc $n - k$ échecs. $\left(\overbrace{S \dots S}^k \overbrace{\bar{S} \dots \bar{S}}^{n-k} \right)$

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*



On considère la variable aléatoire X prenant pour valeurs le nombre de succès lors de ces n répétitions.

X prend par conséquent $n + 1$ valeurs entières de 0 à n .

La probabilité d'un chemin ayant k succès et $n - k$ échecs est $p^k \times q^{n-k}$ où $q = 1 - p$.

Pour déterminer la loi de probabilité de X , on est amené à compter le nombre de chemins ayant k succès et $n - k$ échecs.

Notation du nombre de chemins, les coefficients binomiaux.

Le **nombre de chemins** donnant k succès et $n - k$ échecs est noté $\binom{n}{k}$ et se lit : k parmi n

Ces nombres $\binom{n}{k}$ sont appelés **coefficients binomiaux**

D'après l'exemple : $\binom{4}{0} = 1$, $\binom{4}{1} = 4$, $\binom{4}{2} = 6$, $\binom{4}{3} = 4$, $\binom{4}{4} = 1$

Pour ceux qui veulent en savoir plus : $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1) \times \dots \times (n-k+1)}{k \times \dots \times 1}$

C/ Cinq répétitions : Une propriété des coefficients binomiaux

1) On a un et un seul chemin pour l'événement ($Y = 0$). $P(Y = 0) = \left(\frac{2}{3}\right)^5$

On a un et un seul chemin pour l'événement ($Y = 5$). $p(Y = 5) = \left(\frac{1}{3}\right)^5$

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

2) a) La probabilité d'un chemin ayant deux succès (et donc trois échecs) est $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$

b) Si un tel chemin se termine par S , on doit avoir avant un seul Succès lors des quatre premières répétitions.

On a en ce cas : 4 chemins.

Si un tel chemin se termine par \bar{S} , on doit avoir avant deux Succès lors des quatre premières répétitions.

On a en ce cas : 6 chemins.

Finalement, on a $4 + 6 = 10$ chemins donnant deux succès en cinq répétitions.

$$c) P(Y=2) = 10 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

Bilan : Pour calculer le nombre de chemins $\binom{n+1}{k}$ représentant k succès lors de $n+1$ répétitions à partir du nombre de chemins lors des n répétitions, on peut distinguer deux cas

- soit on a eu k succès, $n-k$ échecs pour n répétitions et 1 échec supplémentaire,

- soit on a eu $k-1$ succès, $n-k+1$ échecs pour n répétitions et 1 succès supplémentaire.

$$\text{On a donc : } \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

$$\text{Dans l'exemple : } \binom{5}{2} = \binom{4}{2} + \binom{4}{1}$$

2 succès parmi 5 2 succès parmi 4 1 succès parmi 4
1 échec supplémentaire 1 succès supplémentaire

D/ Dix répétitions

1) Z peut prendre toutes les valeurs entières de 0 à 10.

$$P(Z=0) = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \text{ et } P(Z=10) = \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$

2) a) L'issue contenant 4 succès et 6 échecs a pour probabilité : $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6$

quelque soit l'ordre des succès et des échecs.

b) c) il faut connaître le nombre de chemins donnant 4 succès et 6 échecs pour déterminer $P(Z=4)$.

$$P(Z=4) = \binom{10}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 \text{ où } \binom{10}{4} \text{ est le nombre de chemins.}$$

d) Comme $\binom{10}{4} = 210$, $P(Z=4) \approx 0,2276$ à 10^{-4} près

Activité 2 page 227

À chaque intersection deux choix possibles : Sud ou Est.

(On a alors une épreuve de Bernoulli)

1) les trois chemins SSEEE, SEESE, ESESE conduisent au point L.

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

2) Voir plan complété.

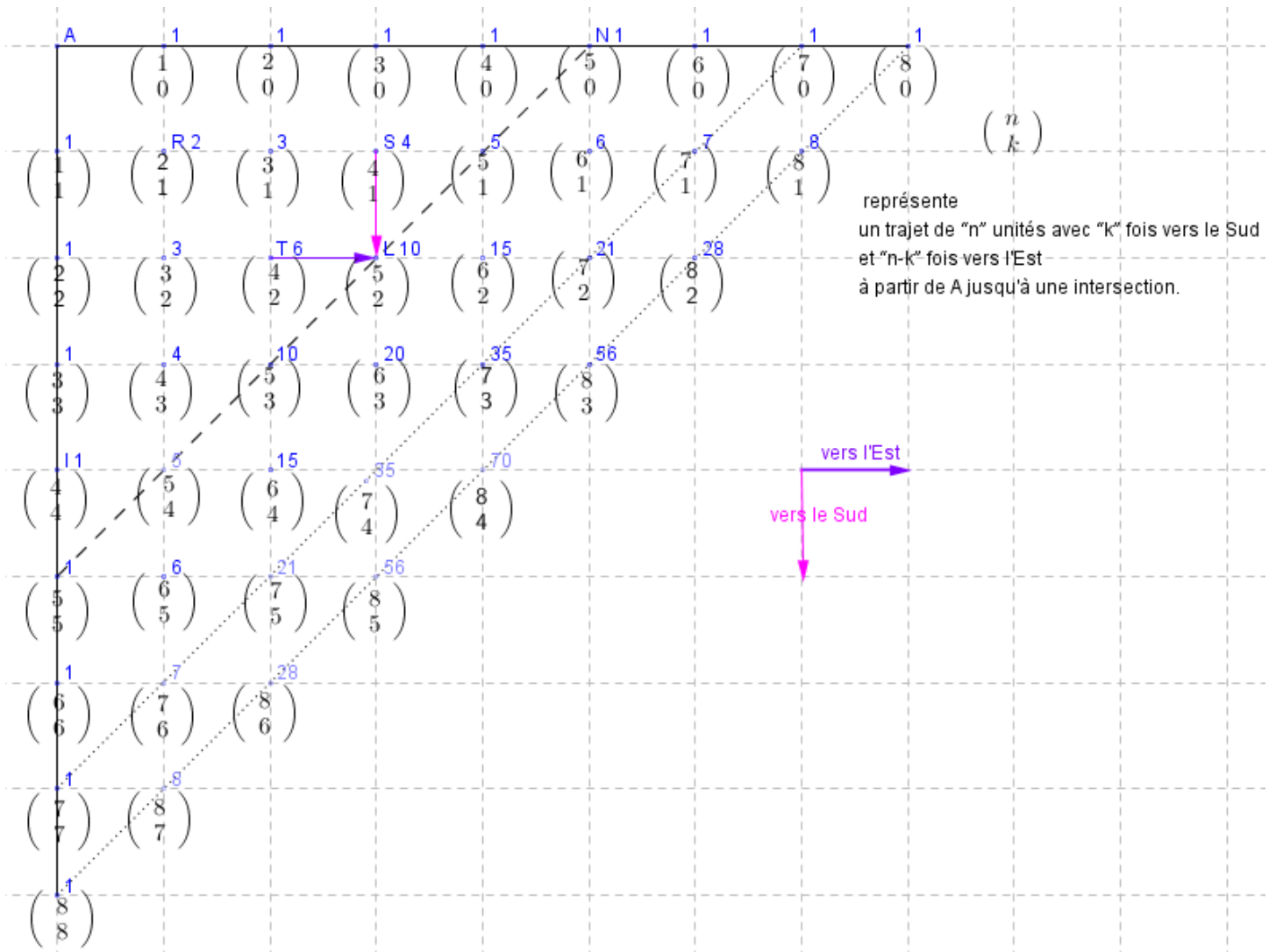
3) pour arriver à L, on est arrivé à l'intersection précédente soit en T, soit en S.

Le nombre de chemins menant à L est donc la somme des chemins menant à R et à L.

4) a) Le nombre $\binom{5}{2}$ représente le nombre de chemins permettant de se déplacer de 5 unités : 2 fois vers le Sud et 3 fois vers l'Est.

b) Voir plan

c)
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$



d) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n.$

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

17 page 246

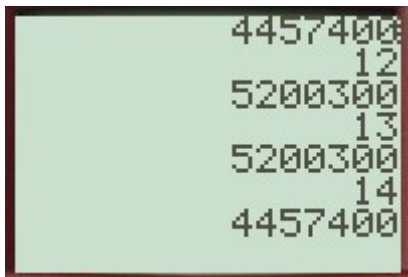
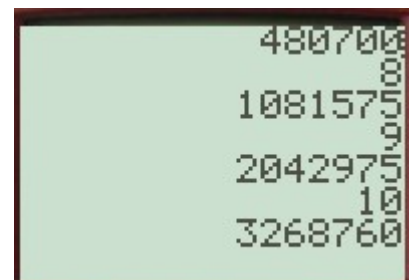
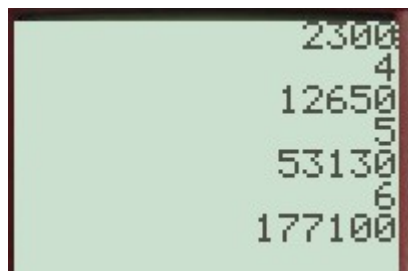
Liste des coefficients binomiaux $\binom{25}{k}$

Un programme sur la TI 83

Ce programme pour N demandé, affiche

K et $\binom{N}{K}$

```
PROGRAM: COEFBINO
: Input "N",N
: For(K,0,N)
: Disp K,N nCr K
: Pause
: End
:
```



$$\binom{25}{0} = \binom{25}{25} = 1 ; \binom{25}{1} = \binom{25}{24} = 25 ; \binom{25}{2} = \binom{25}{23} = 300 ; \binom{25}{3} = \binom{25}{22} = 2\ 300 ;$$

$$\binom{25}{4} = \binom{25}{21} = 12\ 650 ; \binom{25}{5} = \binom{25}{20} = 53\ 130 ; \binom{25}{6} = \binom{25}{19} = 177\ 100 ; \binom{25}{7} = \binom{25}{18} = 480\ 700 ;$$

$$\binom{25}{8} = \binom{25}{17} = 1\ 081\ 575 ; \binom{25}{9} = \binom{25}{16} = 2\ 042\ 975 ; \binom{25}{10} = \binom{25}{15} = 3\ 268\ 760 ;$$

$$\binom{25}{11} = \binom{25}{14} = 4\ 457\ 400 ; \binom{25}{12} = \binom{25}{13} = 5\ 200\ 300$$

18 page 246

- 1) a) Si le promeneur obtient 5 " Face ", il est en -5.
 Si le promeneur obtient 4 " Face " et 1 " Pile ", il est en -3.
 Si le promeneur obtient 3 " Face " et 2 " Pile ", il est en -1.
 Si le promeneur obtient 2 " Face " et 3 " Pile ", il est en 1.

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

Si le promeneur obtient 1 " Face " et 4 " Pile ", il est en 3.

Si le promeneur obtient 5 " Pile ", il est en 5.

b) Le nombre de promenades différentes est : $\binom{5}{3} = 10$

Les dix promenades sont :

PPPPF ; PPFPPF ; PPFPP ; PFPPF ; PFPPF ; PFFPP ; FPPPF ; FPPFP ; FPFPP ; FFPPP

2) a) Les points d'arrivée possibles ont pour abscisse : -10 ; -8 ; -6 ; -4 ; -2 ; 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10

b)

Point	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
" P "	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
" F "	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Nombre	$\binom{10}{0}$	$\binom{10}{1}$	$\binom{10}{2}$	$\binom{10}{3}$	$\binom{10}{4}$	$\binom{10}{5}$	$\binom{10}{6}$	$\binom{10}{7}$	$\binom{10}{8}$	$\binom{10}{9}$	$\binom{10}{10}$
	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

19 page 246

$$n \in \mathbb{N}^*, S_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$$

$$S_1 = \sum_{k=0}^1 \binom{1}{k} = \binom{1}{0} + \binom{1}{1} = 1 + 1 = 2$$

$$S_2 = \sum_{k=0}^2 \binom{2}{k} = \binom{2}{0} + \binom{2}{1} + \binom{2}{2} = 1 + 2 + 1 = 4 = 2^2$$

$$S_3 = \sum_{k=0}^3 \binom{3}{k} = \binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 1 + 3 + 3 + 1 = 8 = 2^3.$$

$$S_4 = \sum_{k=0}^4 \binom{4}{k} = \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16 = 2^4$$

$$2) S_5 = \sum_{k=0}^5 \binom{5}{k} = \binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$$

Or :

$$\binom{5}{0} = \binom{4}{0} \quad (= 1)$$

$$\binom{5}{1} = \binom{4}{1} + \binom{4}{0} \quad \text{Car } \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

$$\binom{5}{2} = \binom{4}{2} + \binom{4}{1}$$

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

$$\binom{5}{3} = \binom{4}{3} + \binom{4}{2}$$

$$\binom{5}{4} = \binom{4}{4} + \binom{4}{3}$$

$$\binom{5}{5} = \binom{4}{4} \quad (= 1)$$

En faisant la somme colonne par colonne, on a :

$$S_5 = S_4 + S_4 = 2S_4$$

3 a) La démarche utilisée pour les indices 4 et 5 s'applique aux indices n et $n + 1$

$$\binom{n+1}{0} = \binom{n}{0}$$

$$\binom{n+1}{1} = \binom{n}{1} + \binom{n}{0}$$

.....

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

.....

$$\binom{n+1}{n+1} = \binom{n}{n}$$

En faisant la somme colonne par colonne, on a :

$$S_{n+1} = S_n + S_n = 2S_n$$

b) (S_n) est donc une suite géométrique de premier terme $S_1 = 2$ et de raison 2,

d'où, pour tout entier $n \geq 1$, on a : $S_n = S_1 \times 2^{n-1} = 2 \times 2^{n-1} = 2^n$

21 page 247

On appelle " S " l'événement " avoir une résistance défectueuse "

$$P(S) = 0,005$$

1) Soit X la variable aléatoire réelle donnant le nombre de résistances défectueuses en 1000 répétitions.

X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(1000 ; 0,005)$

a) " exactement deux résistances "

$$P(X=2) = \binom{1000}{2} 0,005^2 \times 0,995^{998} \approx 0,08 \text{ à } 10^{-2} \text{ par défaut.}$$

(Calculatrices : Les TI distrib, binomFdp(1000,0.005,2)

Les casio : OPTN, Stats, DIST, BINM binomPD(2,1000,0.005))

b) " au plus deux résistances défectueuses "

$(X=0)$ ou $(X=1)$ ou $(X=2)$

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

$$P((X=0) \text{ ou } (X=1) \text{ ou } (X=2)) = P(X \leq 2) =$$

$$= \binom{1000}{0} 0,995^{1000} + \binom{1000}{1} 0,005 \times 0,995^{999} + \binom{1000}{2} 0,005^2 \times 0,995^{998} \approx 0,124 \text{ à } 10^{-3} \text{ par défaut.}$$

(Calculatrices : Les TI distrib, binomFRép(1000,0.005,2)

Les casio : OPTN, Stats, DIST, BINM binomCD(2,1000,0.005))

c) " au moins deux résistances défectueuses "

L'événement contraire est " moins de deux résistances défectueuses " = " aucune ou une seule résistance défectueuse "

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) \approx 0,96 \text{ à } 10^{-2} \text{ par excès.}$$

3) La moyenne des résistances défectueuses est : $1000 \times 0,005 = 5$

23 page 247

1) Soit l'événement " le professeur a interrogé une fille "

Reconnaître une loi binomiale :

Une variable aléatoire X suit une loi binomiale, lorsqu'on a :

*** Une épreuve de Bernoulli (autrement : deux issues complémentaires)

L'événement est soit réalisé (succès), soit non réalisé (échec).

*** Un schéma de Bernoulli,

répétition dans les conditions identiques et les épreuves sont indépendantes.

*** La variable aléatoire X est définie par : " nombre de succès "

Cours :

On note n le nombre de répétitions, p la probabilité du succès et k le nombre de succès.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Retour à l'énoncé :

Un événement: " le professeur a interrogé un élève ".

L'événement " le professeur a interrogé une fille " est une épreuve de Bernoulli,

-soit on a interrogé une fille,

- soit on n'a pas interrogé une fille (c-à-d ; on a interrogé un garçon)

Le professeur interroge **au hasard**, et, la classe compte 20 filles pour 30 élèves, donc,

$$\text{d'où, la probabilité de réaliser cet événement est : } p = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}.$$

Puisque **le professeur ne se souvient pas des élèves interrogés**, la répétition de cet événement lors de " n cours consécutifs " est un schéma de Bernoulli.

La variable aléatoire donnant le nombre de filles interrogées suit la loi binomiale de paramètres n ; $\frac{2}{3}$.

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

On note : $\mathcal{B}(n ; \frac{2}{3})$

2) Dans ce cas, $n = 10$

On cherche $P(X=4) = \binom{10}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6 \approx 0,057$ à 10^{-3} par excès

```
binompdf(10,2/3,
4)
.056901895
```

$P(X \geq 4) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) + P(X=8) + P(X=9) + P(X=10)$

Il est préférable de faire : $P(X \geq 4) = 1 - P(\overline{X \leq 4}) = 1 - P(X < 4) = 1 - P(X \leq 3)$

```
1-binomcdf(10,2/
3,3)
.9803383631
```

La calculatrice donne : $P(X \geq 4) \approx 0,98$ à 10^{-2} près par défaut

3) On cherche n à partir duquel tel que $P(X=0) \leq 0,001$

Or, $P(X=0) = \left(\frac{1}{3}\right)^n$

La table des puissances de $\frac{1}{3}$ donne : $n = 7$

n	$u(n)$
1	.33333
2	.11111
3	.03704
4	.01235
5	.00412
6	.00137
7	4.6E-4

$n=7$

n=20		n=30		n=34	
k	P(X<=k)	k	P(X<=k)	k	P(X<=k)
0	0,07756279	0	0,02160131	0	0,01295421
1	0,28909769	1	0,10997032	1	0,07301462
2	0,56313152	2	0,28469996	2	0,20815056
3	0,78734103	3	0,50708313	3	0,40471193
4	0,91728062	4	0,71177673	4	0,61244155
5	0,97398154	5	0,8569231	5	0,78240215
6	0,9933114	6	0,93939263	6	0,89442164
7	0,99858318	7	0,97794982	7	0,95552318
8	0,99975135	8	0,99306598	8	0,98364378
9	0,99996375	9	0,99810471	9	0,99472159
10	0,99999561	10	0,99954761	10	0,99849811
11	0,99999956	11	0,99990536	11	0,99962171
12	0,99999996	12	0,9999826	12	0,99991537
13	1	13	0,99999718	13	0,99998314
14	1	14	0,9999996	14	0,999997
15	1	15	0,99999995	15	0,99999952
16	1	16	0,99999999	16	0,99999993
17	1	17	1	17	0,99999999
18	1	18	1	18	1
19	1	19	1	19	1
20	1	20	1	20	1
		21	1	21	1
		22	1	22	1
		23	1	23	1
		24	1	24	1
		25	1	25	1
		26	1	26	1
		27	1	27	1
		28	1	28	1
		29	1	29	1
		30	1	30	1
				31	1
				32	1
				33	1
				34	1

34 page 249

la variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n ; 0,12)$ où n est l'effectif de la classe.

La classe compte 20 élèves.

La proportion de gauchers est 0,12.

Détermination de l'intervalle de fluctuation à l'aide de la fonction de répartition $P(X \leq k)$

avec la loi binomiale $\mathcal{B}(20 ; 0,12)$

Intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la fréquence de

gauchers : $I = \left[\frac{0}{20} ; \frac{6}{20} \right]$

« C'est à force d'observations, de réflexion que l'on trouve. Ainsi, piochons, pic

La classe compte 30 élèves

La proportion de gauchers est 0,12.

Détermination de l'intervalle de fluctuation à l'aide de la fonction de répartition $P(X \leq k)$ avec la loi binomiale $\mathcal{B}(30 ; 0,12)$

Intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la fréquence de gauchers : $I = \left[\frac{1}{30} ; \frac{7}{30} \right]$

La classe compte 34 élèves

La proportion de gauchers est 0,12.

Détermination de l'intervalle de fluctuation à l'aide de la fonction de répartition $P(X \leq k)$ avec la loi binomiale $\mathcal{B}(34 ; 0,12)$

Intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la fréquence de gauchers : $I = \left[\frac{1}{34} ; \frac{8}{34} \right]$

39 page 249

1) Notons S l'événement : " Chaque année, on a une chance sur 100 de tomber sur la balle ", $P(S) = \frac{1}{100}$

Sur un siècle, on répète 100 fois cette épreuve de façon identique et indépendante.

La variable aléatoire X comptant le nombre de succès (ici : tomber sur la balle! ou subir une crue !) suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = \frac{1}{100}$, soit : $\mathcal{B}(100 ; \frac{1}{100})$.

$$2) a) P(X = 0) = \binom{100}{0} \left(\frac{1}{100}\right)^0 \left(\frac{99}{100}\right)^{100} = \left(\frac{99}{100}\right)^{100} \approx 0,366$$

$$P(X = 1) = \binom{100}{1} \left(\frac{1}{100}\right)^1 \left(\frac{99}{100}\right)^{99} = 100 \times \frac{1}{100} \times \left(\frac{99}{100}\right)^{99} = \left(\frac{99}{100}\right)^{99} \approx 0,370$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) \approx 0,736$$

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) \approx 0,264$$

$$b) E(X) = 100 \times \frac{1}{100} = 1$$

En moyenne par période de cent ans, il y a une crue ... le modèle paraît pertinent, puisque c'est la crue centennale !

c) pour dédramatiser ...

la probabilité de n'avoir aucune crue en cent ans est de 36,6 % ,

elle est pratiquement égale à la probabilité d'avoir une crue en 100 ans qui est de 37 %.

La probabilité d'en avoir plus d'une est seulement de 26,4 % (presque 1 chance sur 4).

pour faire peur ...

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

1- $P(X = 0) \approx 0,634$... on a presque 2 chances sur 3 d'avoir au moins une crue en un siècle.

3) a) la probabilité que Paris connaisse une crue une année donnée est toujours la même quelque soit ce qui s'est passé avant.

$$P(\text{crue l'année A}) = \frac{1}{100} \dots$$

(Même cas que le lancer d'une pièce de monnaie bino équilibrée ... on a pu faire dix fois pile, au onzième lancer, on aura encore $P(\text{pile}) = \frac{1}{2}$)

b) Soit Y la variable aléatoire comptant le nombre de crues sur 10 ans.

Y suit la loi binomiale $\mathcal{B}(10 ; \frac{1}{100})$.

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - \binom{10}{0} \left(\frac{1}{100}\right)^0 \left(\frac{99}{100}\right)^9 = 1 - \left(\frac{99}{100}\right)^9 \approx 0,086$$

b) " plus le temps passe, plus le risque augmente " est faux.

Sur chaque période de 100 ans, quel que soit le début de la période, les probabilités sont identiques ...

57 page 252

un joueur pris au hasard marque 5 buts avec une probabilité de 0,2 ;

4 buts avec une probabilité de 0,5 ;

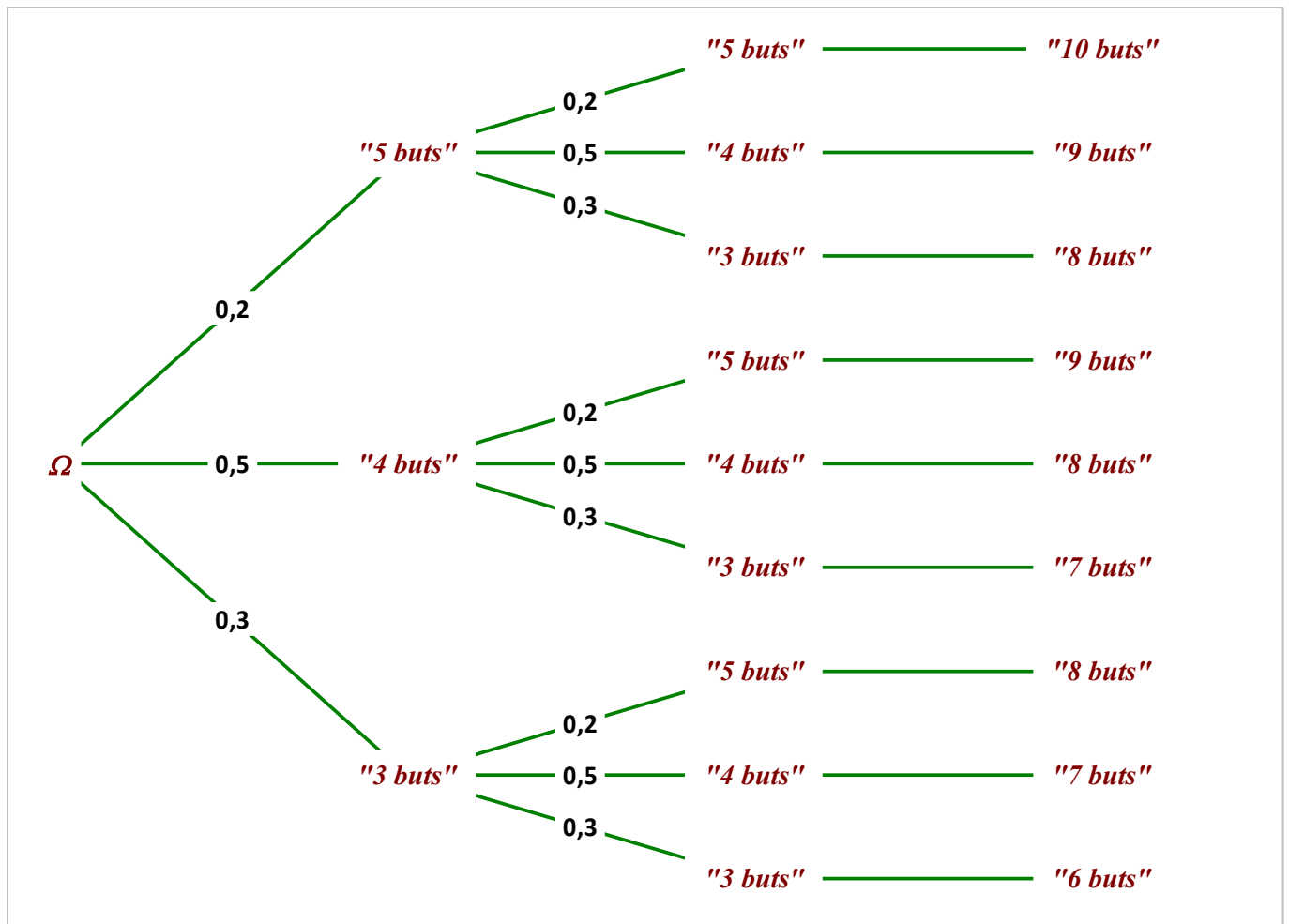
3 buts avec une probabilité de 0,3.

La somme des probabilités est 1. Un joueur marque donc 3 ou 4 ou 5 buts lors de ces séances de 5 tirs.

1) a) Un arbre permet de mettre en évidence toutes les issues possibles :

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*



La probabilité de réussir tous les buts lors de la série de 2 fois cinq tirs est : $P = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

b) Loi de probabilité de X où X est le nombre de buts réussis
et espérance mathématique de X : $E(X)$

k	6	7	8	9	10	Total
$P(X = k)$	0,09	$0,15 + 0,15 = 0,3$	$0,06 + 0,25 + 0,06 = 0,37$	$0,1 + 0,1 = 0,2$	0,04	1
$k \times P(X = k)$	0,54	2,1	2,96	1,8	0,4	$E(X) = 7,8$

2) $P(X \geq 8) = P(X = 8) + P(x = 9) + P(x = 10) = 0,37 + 0,2 + 0,04 = 0,61$

3) La variable aléatoire Y suit la loi binomiale $\mathcal{B}(10 ; 0,61)$

En effet, un entraînement mène a deux issues : " réussi " ou " non réussi ".

Chaque entraînement est indépendant des autres entraînements.

La probabilité d'un succès est 0,61 d'après le résultat du 2/.

a) " Avoir aucun échec " est l'événement ($Y = 10$)

Loi binomiale

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

$P(Y = 10) = 0,61^{10} \approx 0,07$ à 10^{-3} près par défaut

" Avoir exactement 6 succès " est l'événement ($Y = 6$)

$P(Y = 6) = \binom{10}{6} 0,61^6 \times (1 - 0,61)^4 \approx 0,250$ à 10^{-3} près par défaut

" Avoir au moins un succès " est l'événement ($Y \geq 1$).

L'événement contraire est ($Y = 0$)

$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - 0,39^{10} \approx 1$ (arrondi au plus proche : 0,999 918 59 ...)

4) Soit n le nombre minimal d'entraînements tel que $P(Y \geq 1) \geq 0,99$

On cherche donc : le plus petit entier n tel que $1 - 0,39^n \geq 0,99$, soit : $0,39^n \leq 0,01$

la calculatrice donne : $0,39^4 \approx 0,02313$ et $0,39^5 \approx 0,00902$

Le nombre minimal est 5.