

Index

Prérequis.....	1
I- Une nouvelle fonction : racine carrée.....	1
I-1- Définition	1
I-1-1- Un rappel :	1
I-1-2- définition de la fonction racine carrée.....	2
I-2- Variation.....	2
Une méthode.....	2
Une technique (à retenir) de calcul avec les	2
Conséquence :	2
Propriété :	2
I-3- Courbe représentative	2
I-3-1- Tableau de valeurs.....	2
I-3-2 Graphique.....	2
Remarques :	2
I-4- Positions relatives de courbes.....	2
Applications :	3
Propriété : ordre de x , x^2 , et	3
II- Une nouvelle fonction : valeur absolue.....	3
II-1- Définition de la valeur absolue d'un nombre et premières propriétés.....	3
II-1-1- définition.....	3
exemples :	3
II-1-2- Propriétés.....	3
Remarques :	3
II-2- Définition de la fonction valeur absolue.....	3
II-3- Variation.....	4
II-4- Courbe représentative.....	4
III- quelques opérations sur les fonctions.....	4
III-1. Les fonctions $u + \lambda$ où $\lambda \in \mathbb{R}$	4
III-2. Les fonctions λu où $\lambda \in \mathbb{R}^*$	4
III-3. Les fonctions $1/u$	4
III-4. Les fonctions	4
III-5- et autres	4

Prérequis

- fonctions de référence vues en seconde
- variations de fonctions : définitions
utilisations
- relations d'ordre

I- Une nouvelle fonction : racine carrée

1 I-1- Définition .

I-1-1- Un rappel :

Soit A un nombre réel positif (c'est-à-dire : $A \geq 0$)

Il existe un et un seul réel B positif (c-à-d. $B \geq 0$) tel que $B^2 = A$.

Ce réel B est appelé racine carrée de A et est notée \sqrt{A} .

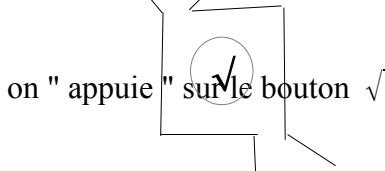
On peut résumer ainsi :

$$B = \sqrt{A} \Leftrightarrow (B \geq 0 \text{ et } B^2 = A)$$

I-1-2- définition de la fonction racine carrée

La fonction racine carrée est la fonction définie **sur** $[0 ; +\infty[$ **par** : $x \mapsto \sqrt{x}$.

Illustration : on entre un nombre **positif** " Truc "



il ressort le nombre **positif** " Machin " qui élevé au carré vaut " Truc "

2 I-2- Variation

Une méthode

Pour étudier les variations d'une fonction, on compare l'ordre des images à celui des antécédents.

Ici : on choisit deux antécédents $0 \leq a < b$.

on cherche l'ordre de \sqrt{a} et \sqrt{b} en cherchant le signe de la différence $\sqrt{b} - \sqrt{a}$

Une technique (à retenir) de calcul avec les $\sqrt{\quad}$

Développer $(\sqrt{b} - \sqrt{a})(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = \dots$ (voir encadre page 48 du livre)

Conséquence :

Déduire de ce qui précède que $\sqrt{b} - \sqrt{a}$ et $b - a$ sont de même signe.

Que peut-on conclure des variations de la fonction racine carrée.

Propriété :

La fonction racine carrée est une fonction sur

Faire la synthèse dans un tableau de variations.

3 I-3- Courbe représentative

I-3-1- Tableau de valeurs

Compléter :

x	0	0,25	1
\sqrt{x}					

I-3-2 Graphique

En utilisant le tableau de valeurs, faire la représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Remarques :

La courbe est une demi-parabole d'équation $y = \sqrt{x}$.

Dans un repère orthonormé, elle peut s'obtenir par symétrie d'axe $y = x$ à partir de la parabole d'équation $y = x^2$ avec $x \geq 0$. (La démonstration sera faite en exercice).

4 I-4- Positions relatives de courbes

Objectif : Comment étudier la position des courbes représentatives de deux fonctions f et g ?

Méthode: Supposer deux courbes C_f et C_g .

Pour une abscisse x , placer deux points M et N sur chacune des courbes C_f et C_g .

Donner les ordonnées de ces points.

et en déduire une méthode pour positionner les courbes.

Applications :

Tracer dans un même repère les courbes représentatives sur $[0 ; +\infty[$ des fonctions $x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \sqrt{x}$,
 $x \mapsto 1$

et, pour $x > 0$, $x \mapsto \frac{1}{x}$.

Par lecture graphique, classer les nombres x , x^2 , \sqrt{x} , 1 , $\frac{1}{x}$.

Démontrer les résultats lus sur le graphique.

Propriété : ordre de x , x^2 , \sqrt{x} et $\frac{1}{x}$:

Énoncer la propriété :

II- Une nouvelle fonction : valeur absolue

1 II-1- Définition de la valeur absolue d'un nombre et premières propriétés.

II-1-1- définition

Soit x un réel.

La valeur absolue de x , notée $|x|$, est définie par : $|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Autrement dit, lorsque le nombre est positif, sa valeur absolue est le nombre lui-même
 lorsque le nombre est négatif, sa valeur absolue est son opposé .

exemples :

$$|10-2| = \quad |2-10| = \quad |\pi-\sqrt{2}| = \quad |\sqrt{5}-3| =$$

II-1-2- Propriétés

Pour tout réel x , $|x| \geq 0$.

Pour tout réel x , $\sqrt{x^2} = |x|$.

Remarques :

Calculer $\sqrt{9}$, $\sqrt{(-3)^2}$, $\sqrt{3^2}$

A-t-on l'égalité : $\sqrt{x^2} = \sqrt{x^2}$?

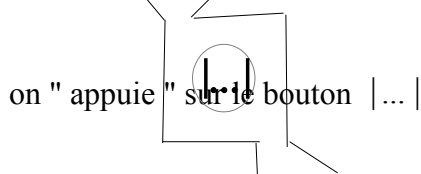
Si oui, justifier par une démonstration pour tout x réel.

Si non, justifier à l'aide d'un contre-exemple.

2 II-2- Définition de la fonction valeur absolue

La fonction valeur absolue est la fonction définie **sur** \mathbb{R} **par** : $x \mapsto |x|$.

Illustration : on entre un nombre " Truc "



il ressort le nombre **positif** " Machin " qui est la valeur absolue de " Truc "

3 II-3- Variation

En utilisant les résultats connus sur les fonctions affines, déterminer les variations de la fonction valeur absolue sur chacun des intervalles $[0 ; +\infty[$ et $]-\infty ; 0]$

4 II-4- Courbe représentative

Justifier que la représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ de la fonction valeur absolue est la réunion de deux demi-droites.

III- quelques opérations sur les fonctions

Objectif : À partir des variations connues de fonctions u et v , déterminer dans quelques cas simples les variations de fonctions obtenues par somme, produit, etc ...

Rappel :

La différence $a - b$ est définie par la somme $a + (-b)$

Le quotient $\frac{a}{b}$ est définie par le produit $a \times \frac{1}{b}$.

1 III-1. Les fonctions $u + \lambda$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.

Soit u une fonction définie sur un intervalle I .

Soit λ un réel.

Démontrer que les fonctions u et $u + \lambda$...

2 III-2. Les fonctions λu où $\lambda \in \mathbb{R}^*$.

Soit u une fonction définie sur un intervalle I .

Soit λ un réel non nul.

En considérant deux cas (disjonction des cas), comparer les variations des fonctions u et λu

3 III-3. Les fonctions $1/u$

u étant une fonction définie sur un intervalle I , à quelle condition peut-on définir la fonction $\frac{1}{u}$?

Lorsque cette condition est vérifiée, comparer les variations de u et $\frac{1}{u}$.

Application :

Après avoir déterminé l'ensemble de définition des fonctions,

dresser les tableaux de variations des fonctions $f: x \mapsto \frac{1}{x-1}$ et $g: x \mapsto \frac{1}{x^2+2x-3}$

4 III-4. Les fonctions \sqrt{u}

u étant une fonction définie sur un intervalle I , à quelle condition peut-on définir la fonction \sqrt{u} ?

Lorsque cette condition est vérifiée, comparer les variations de u et \sqrt{u} ..

Application :

Après avoir déterminé l'ensemble de définition des fonctions,

dresser les tableaux de variations des fonctions $f: x \mapsto \sqrt{x-1}$ et $g: x \mapsto \sqrt{x^2+2x-3}$.

5 III-5- et autres ...

u et v étant deux fonctions définies sur I ,

montrer par des exemples qu'on ne peut pas dans le cas général établir des théorèmes pour déterminer les variations de la somme $u + v$ et du produit uv .