Index

Pour comprendre et utiliser ce chapitre, il faut être prêt à faire des milliers de cercles ....

I- Les rappels : des triangles particuliers

I-1- Triangle équilatéral

h est la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 1. Calculer h (valeur exacte)
En déduire les valeurs exactes des cosinus et sinus des angles de 30° et 60°.
(résultats à connaître par cœur)

I-2- Triangle rectangle isocèle

a est la longueur commune des côtés d'un triangle rectangle isocèle d'hypoténuse égale à 1. Calculer a (valeur exacte)
En déduire les valeurs exactes des cosinus et sinus des angles de 45°.
(résultats à connaître par cœur)

II- Sur le cercle trigonométrique

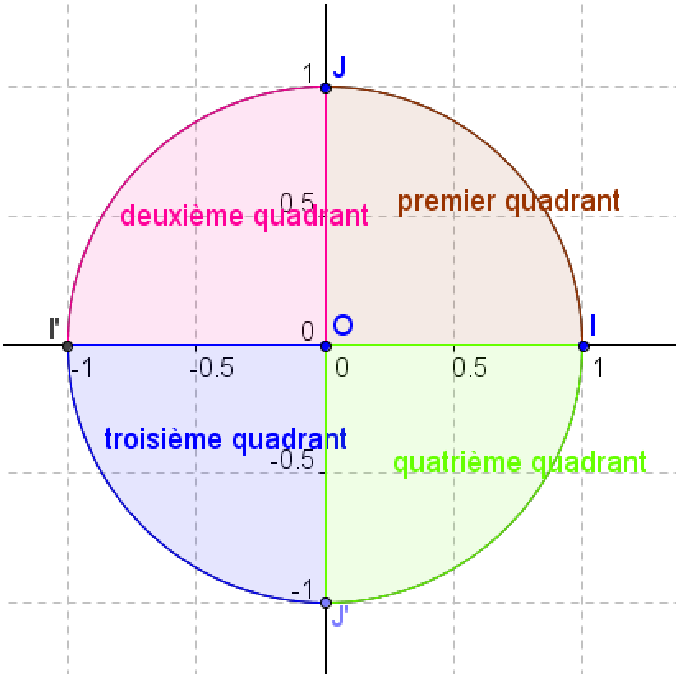
II-1- Comment graduer un cercle ? (se repérer sur le cercle)

II-1-1- Longueur d'un arc

Construire un grand cercle de centre O et de rayon 1. (La longueur unité du graphique est la longueur du rayon)

On note I un point du cercle.

Le point J est le point du cercle tel que repère (O; I, J) est orthonormé direct (sens inverse de rotation des aiguilles d'une montre). (Voir figure en annexe).



(Le cercle est ainsi divisé en quatre quadrants : premier quadrant, deuxième quadrant, ... dans le sens direct.)

Construire dans le premier quadrant les points A, B tels que OIA est un triangle équilatéral, OJB est un triangle équilatéral.

Construire C à l'intersection de l'arc $\overset{\frown}{IJ}$ et de la bissectrice de l'angle $\widehat{IOJ}$.

On note I' et J' les points diamétralement opposés à I et J (autrement dit : $[II']$ et $[JJ']$ sont des diamètres.

On fait un tour de cercle dans le **sens direct** en partant de I et on note la distance parcourue en partant de I jusqu'au point ...... On obtient ainsi la longueur (dans l'unité du graphique) de l'arc.

Compléter le tableau :

arc de I à ...	B	C	A	J	I'	J'	I
Longueur							

Pour aller du point I à un point du cercle, il y a deux parcours possibles : comment les distinguer ?

II- 1- 2- Enroulement d'une droite graduée ....

Soit une droite graduée (l'unité n'a pas changé) .... on place la droite tangente en I au cercle orientée de bas en haut. La graduation 0 de la droite graduée est en I.

On enroule le brin **positif** sur le cercle, on décalque les graduations ....

Quelles graduations se trouvent en A ? en B ? en C ?, en J ?, en I' ? en J' ?

On enroule le brin **négatif** sur le cercle, on décalque les graduations ....

Quelles graduations se trouvent en A ? en B ? en C ?, en J ?, en I' ? en J' ?

II- 2- Des symétries ...

Construire les symétriques de A, B et C par rapport à l'axe des ordonnées.

Construire les symétriques de A, B et C par rapport à l'axe des abscisses.

Construire les symétriques de A, B et C par rapport à l'origine du repère.

Noter sur le cercle les nombres associés à ces points ....

II-3- Propriétés

Soit x un réel.

* Il existe un et un seul point M du cercle associé au réel x.

** Si M est un point du cercle associé à un réel x alors le point M est associé à tous les réels de la forme $x + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$.

*** Si x et y sont deux réels associés à un même point M du cercle alors il existe un **entier relatif** k tel que $x - y = 2k\pi$. (Deux réels associés à un même point diffèrent d'un multiple de 2π).

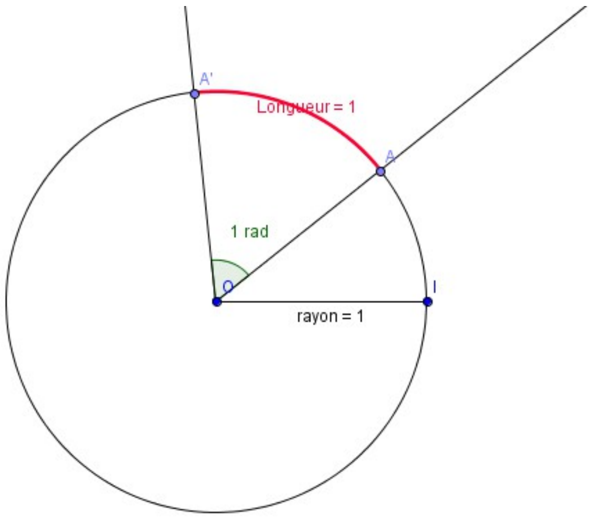
III- Le radian

III-1- Définition

Le radian est une unité d'angle.

Un angle de mesure un radian est un angle au centre du cercle trigonométrique qui intercepte un arc de longueur 1.

Autrement dit : La longueur de l'arc (en unité de longueur) intercepté par un angle au centre mesuré en radian et cet angle sont mesurés par le même nombre.



La mesure en radians d'un angle $\widehat{AOB}$ et la mesure de la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ sur le cercle trigonométrique sont égales.

(Ce qui ne veut pas dire que l'angle est égal à l'arc ...)

III- 2- Propriété : longueur d'un arc

La longueur d'un arc de cercle de rayon R intercepté par un angle au centre de mesure α radian vaut αR

Autrement dit : Pour un cercle donné, la longueur de l'arc est proportionnelle à la mesure de l'angle, et lorsque que l'angle est mesuré en radians le coefficient de proportionnalité est le rayon du cercle ….

III- 3- Angles usuels

La mesure d'un angle en radians est proportionnelle à sa mesure en degrés.

Compléter le tableau suivant :

angle en °	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
angle en radian							

IV- Sinus et cosinus

Momentanément, oubliez ce que vous avez appris au collège ....

Les définitions du collège sont incluses dans celles qui vont suivre, mais on repart sur de nouvelles bases.

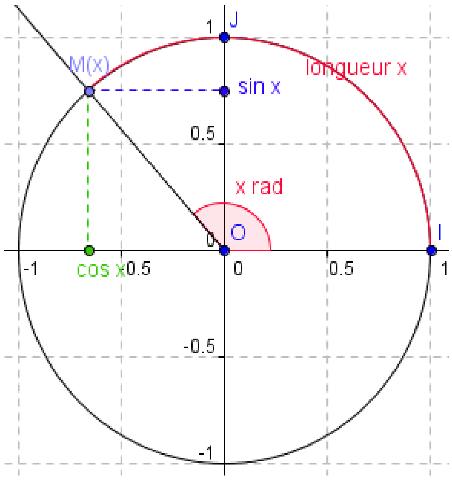
Il ne s'agit plus d'angles mais d'un nombre réel (de $-\infty$ à $+\infty$) et on lui associe (***notion de fonctions***) par un procédé de construction deux nouveaux nombres.

L'un sera appelé le cosinus de ce nombre. L'autre sera son sinus.

De ces définitions découlent des propriétés ...

IV-1- Définitions

Sur le cercle trigonométrique muni du repère orthonormé (O, I, J), le point M est associé au réel x.



On appelle cosinus de x, noté $\cos(x)$, l'abscisse de M dans ce repère (O, I, J)
On appelle sinus de x, noté $\sin(x)$, l'ordonnée de M dans ce repère (O, I, J)
On a donc: $M(\cos(x); \sin(x))$ dans ce repère (O, I, J).

ou encore : en notant $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$, on a :

$\overrightarrow{OM} = \cos(x)\,\vec{i} + \sin(x)\,\vec{j}$.

IV-2- Les valeurs remarquables (à connaître)

IV-2-1-

Compléter le tableau suivant en vous servant de la lecture sur le cercle trigonométrique (et des calculs faits précédemment)

angles au centre	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Nom du point sur le cercle								
abscisse du point								
ordonnée du point								
longueur de l'arc d'origine I								
réel associé au point								
cosinus								
sinus								

IV-2-2-

Compléter en vous repérant sur le cercle

$\cos \dfrac{2\pi}{3} = \ldots$ $\qquad$ $\sin \dfrac{2\pi}{3} = \ldots.$

$\cos \dfrac{5\pi}{4} = \ldots.$ $\qquad$ $\sin \dfrac{5\pi}{4} = \ldots$

IV-3- Propriétés

Compléter:

Pour tout nombre réel x, on a:

$\ldots\ldots \leqslant \sin(x) \leqslant \ldots.$

$\ldots\ldots \leqslant \cos(x) \leqslant \ldots.$

Et de nouveau, le théorème de Pythagore :

$(\sin(x))^2 + (\cos(x))^2 = \ldots.$ $\qquad$ On écrit aussi par abus de notation : $\cos^2 x + \sin^2 x = \ldots.$

$k \in \mathbb{Z}$, $\cos(x + 2k\pi) =$ $\sin(x + 2k\pi) =$

V- Mesures d'un angle orienté de vecteurs

Remarque : il n'y a pas une seule lettre superflue dans ce titre ....

V-1- Définition

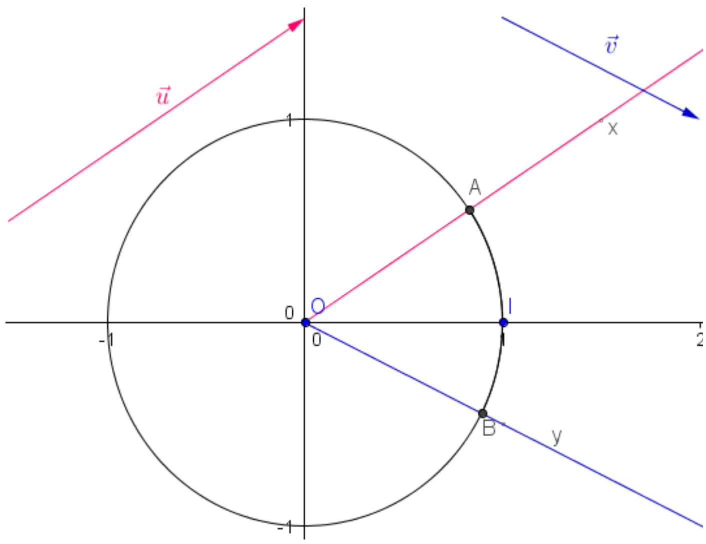
Soit deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ **non nuls**.

On construit les deux demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ de directions respectives $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Elles coupent le cercle trigonométrique en A et en B.

Soit a un réel associé à A et b un réel associé à B.

L'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$ est **défini** par le couple $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ et,



les ***mesures en radians*** de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$ sont les réels $b - a + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$.

On a : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = b - a + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$.

On dit que les mesures sont définies modulo 2π, on note : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = b - a$ (modulo 2π) ou encore

$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = b - a\ [2\pi]$

V-2- Propriétés (à illustrer au fur et à mesure)

V-2-1- vecteurs colinéaires

V-2-1-1 Vecteurs colinéaires de même sens.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls colinéaires et de même sens : $(\vec{u}, \vec{v}) =$ ....

V-2-1-2 Vecteurs colinéaires de sens contraire.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls colinéaires et de sens contraire : $(\vec{u}, \vec{v}) =$ ....

V-2-1-2 Vecteurs colinéaires

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls colinéaires : $(\vec{u}, \vec{v}) =$ ....

V-2-2- Vecteurs orthogonaux

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls orthogonaux : $(\vec{u}, \vec{v}) =$ ....

V-2-3- Relation de Chasles (dans les angles orientés)

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, on a : $(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{w}) + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

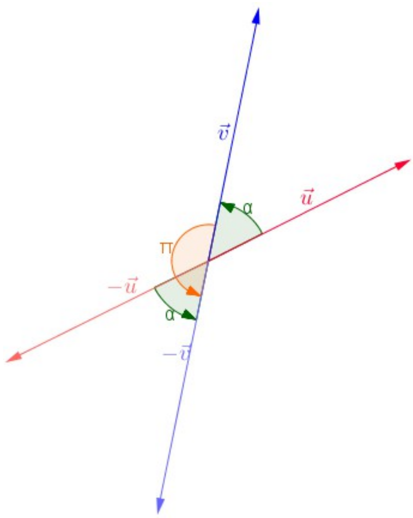
(Remarque : on appelle en mathématiques " relation de Chasles ", des relations qui sont construites sur ce modèle : (départ, intermédiaire) + (intermédiaire, arrivée) = (départ, arrivée))

Conséquences :

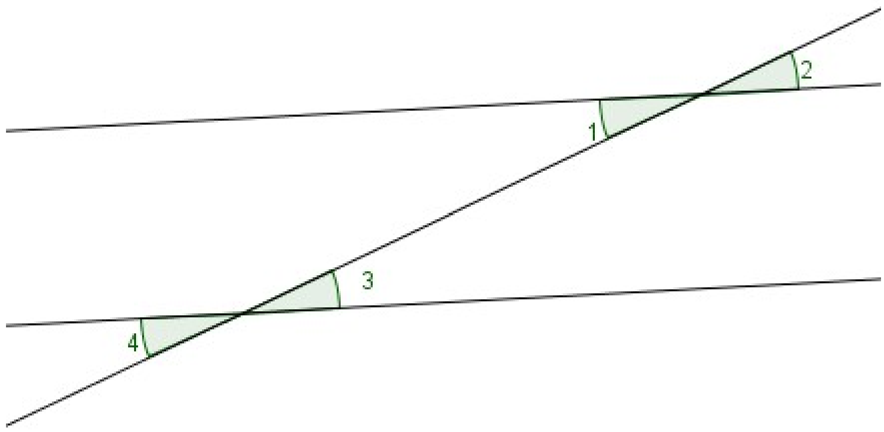
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls d'angle $(\vec{u}, \vec{v})$.

Exprimer en fonction de $(\vec{u}, \vec{v})$, et, **illustrer** : (Cette illustration est le moyen de retenir ces propriétés).

$(\vec{v}, \vec{u}) = ...$
$(\vec{u}, -\vec{v}) = ...$
$(-\vec{u}, -\vec{v}) = ...$



Compléments :
Revoir les définitions et propriétés des angles géométriques et faire le lien visuellement avec les propriétés des angles orientés.
Attention : ne pas confondre les angles orientés de vecteurs et les angles géométriques
(1) et (2) sont dits opposés par le sommet.
Des angles géométriques opposés par le sommet sont égaux.
On a donc : (1) = (2) et (3) = (4).
D'autre part :
(1) et (3) sont dits alternes-internes.
(2) et (4) sont dits alternes-externes.
(1) et (4) sont dits correspondants.
Les droites sont parallèles si et seulement si les angles sont égaux.
(1) = (3) ⇒ (2) = (3)
(1) = (3) ⇒ (1) = (4)
(1) = (3) ⇒ (2) = (4)
et réciproquement.



V-3- Mesure principale

Nous avons vu qu'une mesure d'un angle de vecteurs était déterminée à $2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ près (nombre de tours).

Parmi toutes ces mesures, il en existe une et une seule comprise dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$. (Cela revient à ne considérer qu'un seul tour et le point I' n'est pris qu'une fois).

La mesure principale d'un angle orienté est l'unique mesure de l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

Exemple :

Si une mesure de l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$ est $-\frac{22\pi}{3}$, on cherche le nombre de tours k tels que

$$-\pi < -\frac{22\pi}{3} + 2k\pi \leqslant \pi \; ; k \in \mathbb{Z}$$

(On peut tourner en comptant les tours ...) ou voir que k est l'entier vérifiant : $-\pi + \frac{22\pi}{3} < k2\pi \leqslant \pi + \frac{22\pi}{3}$

soit : $\frac{19}{6} < k \leqslant \frac{25}{6}$. On a donc : $k = 4$ $-\frac{22\pi}{3} + 8\pi = \frac{2\pi}{3}$

La mesure principale de l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$ est $\frac{2\pi}{3}$.

VI- Équations trigonométriques

C'est l'occasion pour ceux qui ont encore quelques difficultés de réfléchir à ce qui est attendu lorsqu'apparaît le mot " équation ".

" Résoudre une équation " signifie " trouver toutes les solutions " (pas une de plus, ni une de moins).

" Dire qu'un réel est solution " ne suffit pas à " résoudre une équation ".

Les propriétés algébriques et analytiques permettent parfois à partir d'une solution de résoudre une équation.

Exemples :

$x^2 = a$ où $a > 0$. Si on connaît une solution, on connaît l'autre ....
$y = ax + b$. Si on connaît deux couples $(x ; y)$ solutions, on les connaît toutes ....
$f(x) = k$ et f strictement croissante. Si on connaît une solution, on sait que c'est la seule.

Pour les équations trigonométriques, les symétries dans le cercle fournissent tous les résultats.

VI-1- Angles associés

Le rectangle est inscrit dans le cercle trigonométrique.

Angles supplémentaires et opposés.

Les points M et N ont même abscisse et des ordonnées opposées.

Les points M et P ont des abscisse opposées et même ordonnée.

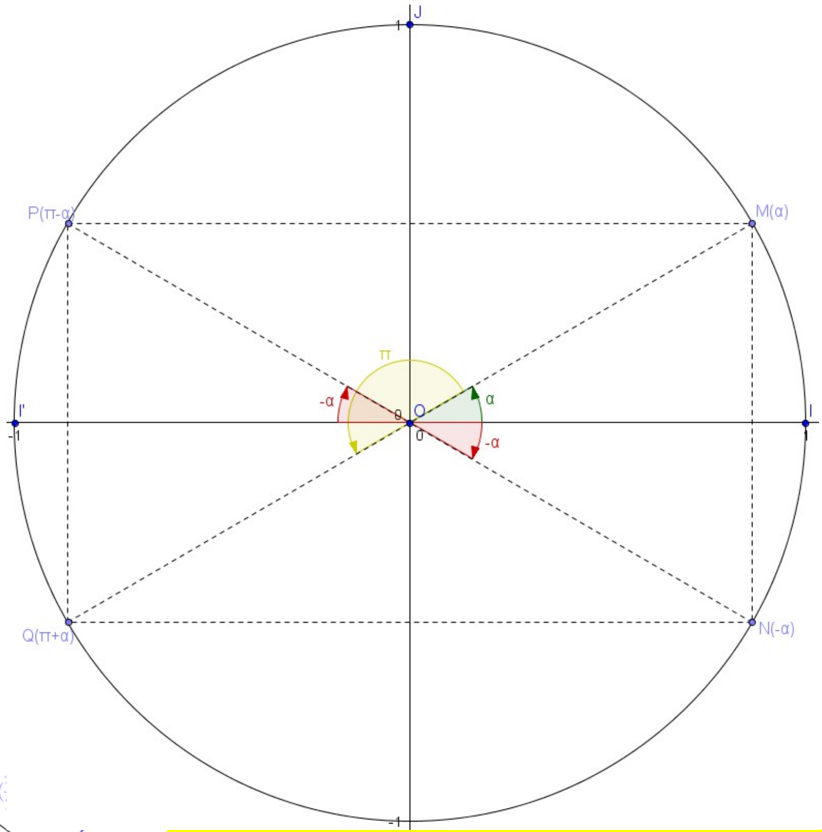
Les points M et Q ont des abscisses et des ordonnées opposées.

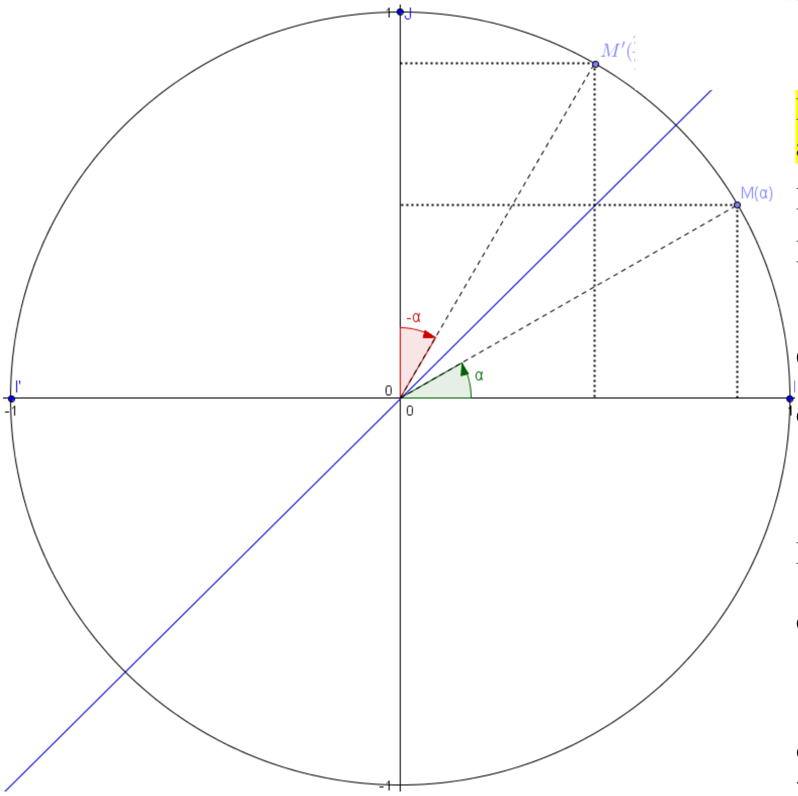
Compléter :

$\cos(-\alpha) =$ $\sin(-\alpha) =$

$\cos(\pi - \alpha) =$ $\sin(\pi - \alpha) =$

$\cos(\pi + \alpha) =$ $\sin(\pi + \alpha) =$





Les angles complémentaires : symétrie par rapport à la première bissectrice.

L'abscisse de M est l'ordonnée de $M\,'$.

L'ordonnée de $M\,'$ est l'abscisse de M.

Compléter :

$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) =$ $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) =$

Placer le point repéré par $\frac{\pi}{2} + \alpha$ et compléter :

$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) =$ $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) =$

commentaires : ces relations se retrouvent en faisant à chaque fois, un schéma …. ne cherchez pas à apprendre par cœur les relations, cherchez à savoir comment les retrouver : l'essentiel est d'avoir retenu comment un point est repéré par un réel sur le cercle trigonométrique et les définitions des cosinus et sinus.

VI-2- Les équations de la forme sin x = sin α

D'après ce qui précède, les solutions de $\sin x = \sin \alpha$

sont les réels $x = \alpha + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

Exemples et méthodes :

1) Résoudre l'équation $\sin x = \sin \frac{\pi}{6}$

$\sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$ Les solutions sont : $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ et $\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

2) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

On cherche un réel α ayant pour sinus $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

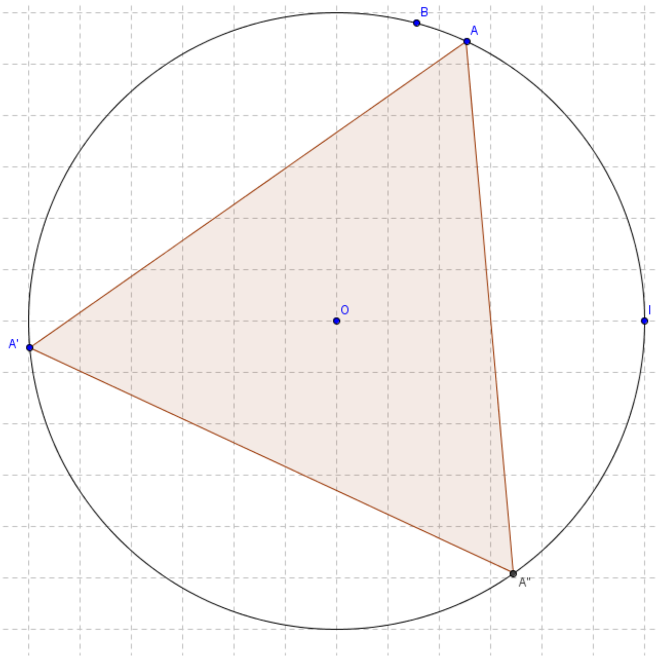
On sait : $\sin(-\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. On résout alors : $\sin x = \sin(-\frac{\pi}{4})$

$\sin x = \sin(-\frac{\pi}{4}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{4} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \pi - (\frac{-\pi}{4}) + 2k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$ Les solutions sont : $-\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ et $\frac{5\pi}{4} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

3) $\sin x = 2$.

Comme pour tout x réel, $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$, l'équation n'a pas de solutions.

4) $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \sin(x + \frac{\pi}{6}) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$



Or, $2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ donne $x = \frac{5\pi}{12} + k \times 2\pi$

et $2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ donne

$$3x = \frac{13\pi}{12} + k \times 2\pi \text{, soit : } x = \frac{13\pi}{36} + k \times \frac{2\pi}{3}$$

Les solutions de l'équation : $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \sin(x + \frac{\pi}{6})$

sont : $\frac{5\pi}{12} + k \times 2\pi$ et $\frac{13\pi}{36} + k \times \frac{2\pi}{3}$; $k \in \mathbb{Z}$

Représentation des solutions sur le cercle :

Le point A est associé aux réels $\frac{13\pi}{36}$ $[2\pi]$

Le point A' est associé aux réels $\frac{13\pi}{36} + \frac{2\pi}{3}$ $[2\pi]$

Le point A'' est associé aux réels $\frac{13\pi}{36} + \frac{4\pi}{3}$ $[2\pi]$

Le point *B* est associé aux réels $\frac{5\pi}{12}$ $[2\pi]$

VI-3- Les équations de la forme cos x = cos α

D'après ce qui précède, les solutions de $\cos x = \cos \alpha$

sont les réels $x = \alpha + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ ou $x = -\alpha + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

Exemples et méthodes :

1) Résoudre l'équation $\cos x = \cos \frac{\pi}{6}$

$\cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$ $k \in \mathbb{Z}$. Les solutions sont : $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ et $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

2) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

On cherche un réel α ayant pour cosinus $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

On sait : $\cos(\frac{3\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. On résout alors : $\cos x = \cos(\frac{3\pi}{4})$

$\cos x = \cos(\frac{3\pi}{4}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi \end{cases}$ $k \in \mathbb{Z}$. Les solutions sont : $-\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ et $\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

3) $\cos x = 2$.

Comme pour tout x réel, $-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$, l'équation n'a pas de solutions.

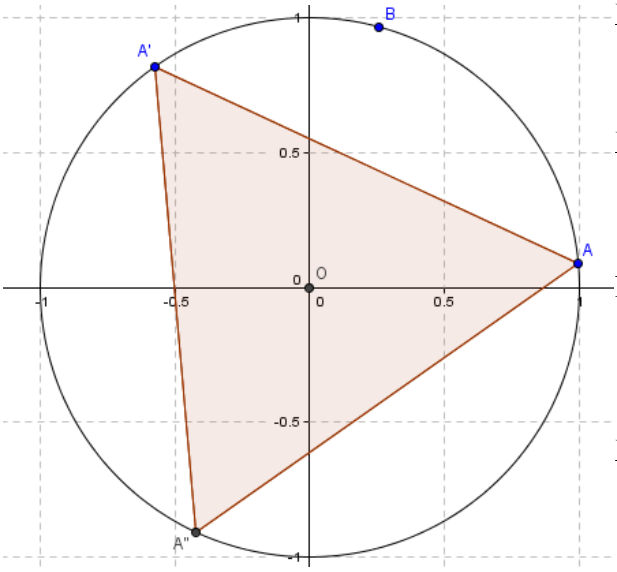
4) $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{6}) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = -x - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$ $k \in \mathbb{Z}$.

Or, $2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ donne $x = \frac{5\pi}{12} + k \times 2\pi$

et $2x - \frac{\pi}{4} = -x - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ donne $3x = \frac{\pi}{12} + k \times 2\pi$, soit : $x = \frac{\pi}{36} + k \times \frac{2\pi}{3}$

Les solutions de l'équation : $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{6})$ sont : $\frac{5\pi}{12} + k \times 2\pi$ et $\frac{\pi}{36} + k \times \frac{2\pi}{3}$; $k \in \mathbb{Z}$

Illustration des solutions :



Le point A est associé aux réels :

$\frac{\pi}{36}$ [2π]

Le point A' est associé aux réels :

$\frac{\pi}{36} + \frac{2\pi}{3}$ [2π]

Le point A'' est associé aux réels :

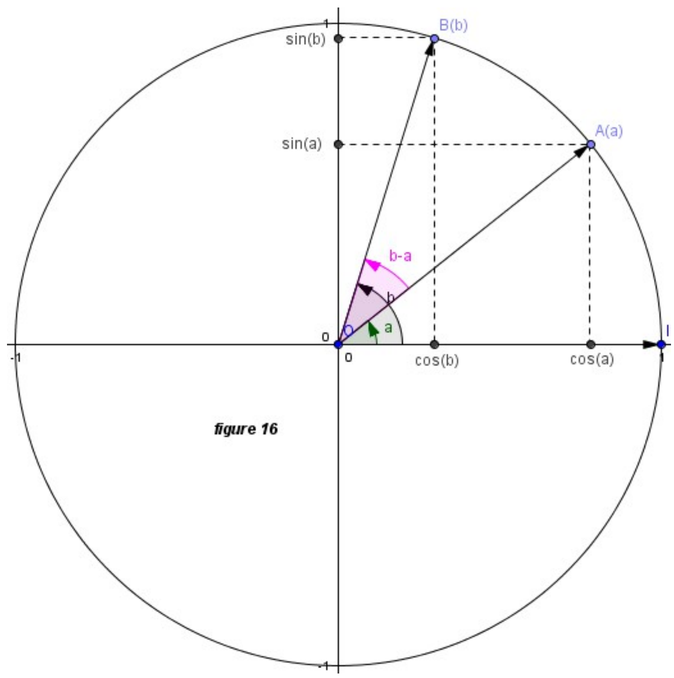
$\frac{\pi}{36} + \frac{4\pi}{3}$ [2π]

Le point B est associé aux réels $\frac{5\pi}{12}$ [2π]

VII- Produit scalaire et trigonométrie

VII-1- Formules d'addition

A et B sont deux points du cercle trigonométrique associés aux réels a et b.



On sait : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = b - a + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

On a donc : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = OB.OA.\cos(b - a)$

$= \cos(b - a)$, car, $OA = OB = 1$

En outre : $b - a$ et $a - b$ sont des nombres réels opposés, d'où, $\cos(b - a) = \cos(a - b)$.

D'autre part : $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}\cos a\\ \sin a\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}\cos b\\ \sin b\end{pmatrix}$, d'où,

$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OA} = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$.

On en déduit :

$\cos(a - b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$.

En posant : $a + b = a - (-b)$, il vient :

$\cos(a + b) = \cos a.\cos(-b) + \sin a.\sin(-b)$

$= \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$.

En posant : $a = \frac{\pi}{2} - a$, il vient :

$\cos((\frac{\pi}{2} - a) - b) = \cos(\frac{\pi}{2} - a).\cos b + \sin(\frac{\pi}{2} - a).\sin b$.

Or, $\sin(a + b) = \cos(\frac{\pi}{2} - (a + b)) = \cos((\frac{\pi}{2} - a) - b)$

$\sin(a + b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$.

$\sin(a - b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$.

Résumé :

$\cos(a - b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$. (1)

$\cos(a + b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$. (2)

$\sin(a + b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$. (3)

$\sin(a - b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$. (4)

VII-2- Formules de duplication.

En posant $b = a$ dans les formules (2) et (4)

$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$. (5)

$\sin(2a) = 2\sin a.\cos a$. (6)

et comme $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$, il vient :

$\cos(2a) = 1 - 2\sin^2 a$ (7)

$\cos(2a) = 2\cos^2 a - 1$ (8)

Remarque : sur les apprentissages.....

Connaître par cœur : (1) et (3) (ou (2) et (4)) et retrouver " instantanément " (2) et (4), et (5) et (6) , puis (7) et (8).

VII-3- Dans un triangle

$\cos\ \widehat{A} = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ (idem avec $\cos\ \widehat{B}$ et $\cos\ \widehat{C}$) (Ce n'est pas une nouveauté mais une autre écriture du théorème d'Al-Kashi)

$$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}}$$

Preuve : h étant la hauteur relative à $[AC]$, $\sin\ \widehat{A} = \dfrac{h}{c}$ et $\sin\ \widehat{C} = \dfrac{h}{a}$, d'où, $h = c\times \sin\ \widehat{A} = a \times \sin\ \widehat{C}$ (1)

k étant la hauteur relative à $[BC]$, $\sin\ \widehat{B} = \dfrac{k}{c}$ et $\sin\ \widehat{C} = \dfrac{k}{b}$, d'où, $k = c\times\sin\ \widehat{B} = b\times\sin\ \widehat{C}$ (2)

de (1), on tire : $\dfrac{a}{\sin\widehat{A}} = \dfrac{c}{\sin\widehat{C}}$ et de (2), on tire : $\dfrac{c}{\sin\widehat{C}} = \dfrac{b}{\sin\widehat{B}}$

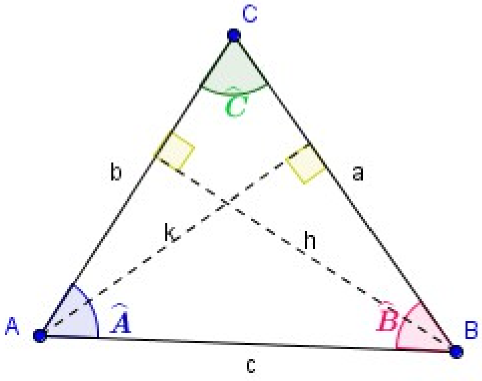
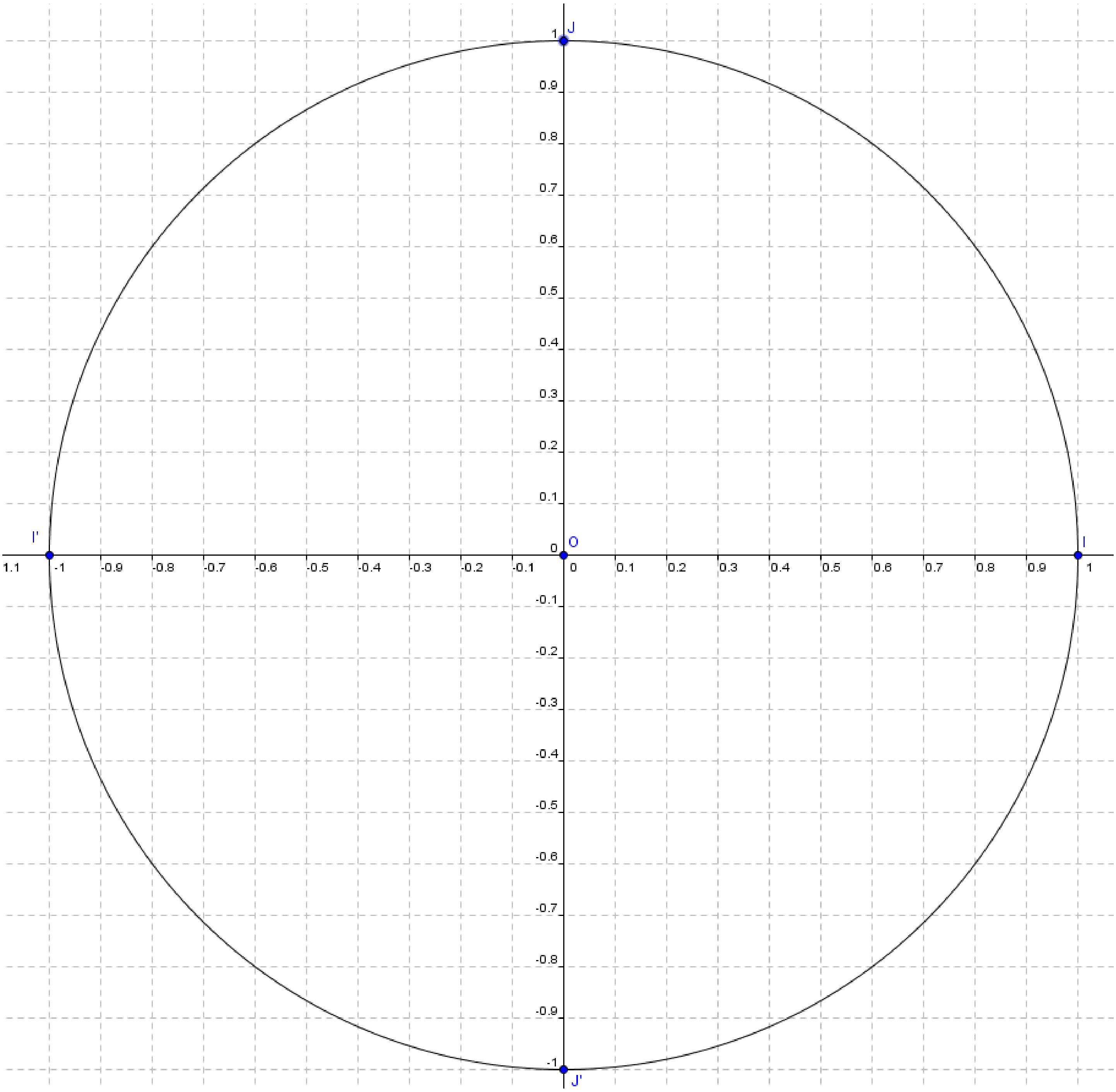
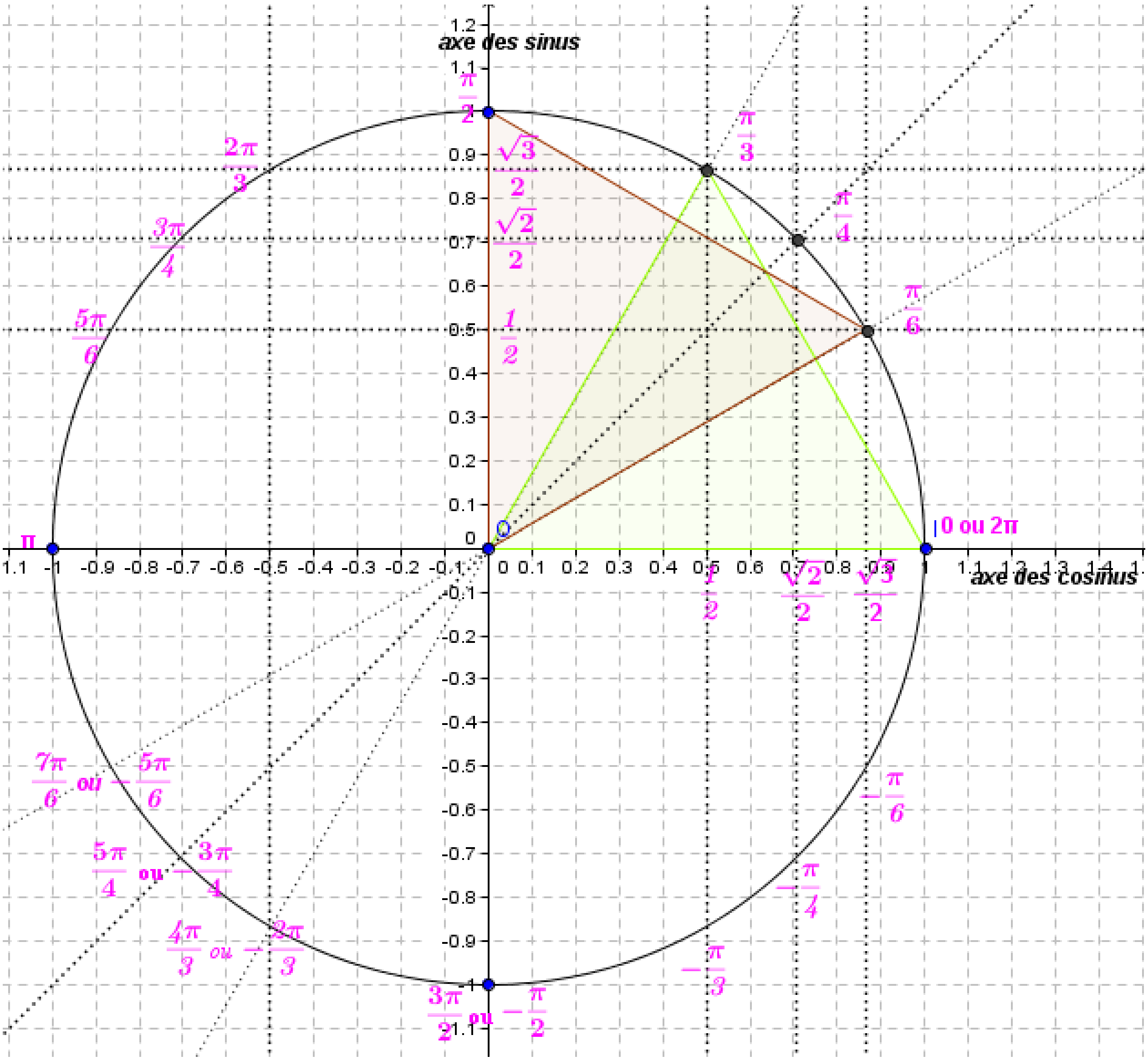


figure 17


J
I'
O
I
J'
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
-1
-1.1


axe des sinus
axe des cosinus
O
π
0 ou 2π
π/2
π/3
π/4
π/6
2π/3
3π/4
5π/6
√3/2
√2/2
1/2
7π/6 ou −5π/6
5π/4 ou −3π/4
4π/3 ou −2π/3
3π/2 ou −π/2
−π/6
−π/4
−π/3