Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

Index

Prérequis

- fonctions de référence vues en seconde
- variations de fonctions : définitions

  utilisations
- relations d'ordre

I- Une nouvelle fonction : racine carrée

I-1- Définition .

I-1-1- Un rappel :

Soit A un nombre réel positif ou nul (c'est-à-dire : $A \geqslant 0$)

Il existe un et un seul réel B positif ou nul (c-à-d. $B \geqslant 0$) tel que $B^2 = A$.

Ce réel B est appelé racine carrée de A et est notée $\sqrt{A}$.

On peut résumer ainsi :

$B = \sqrt{A} \Leftrightarrow (B \geqslant 0 \text{ et } B^2 = A)$

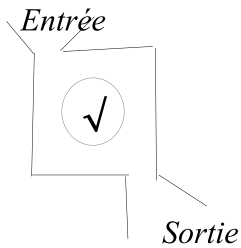
I-1-2- définition de la fonction racine carrée

La fonction racine carrée est la fonction définie **sur** $[0 ; +\infty[$ **par** : $x \mapsto \sqrt{x}$.

Illustration : on entre un nombre **positif** " Truc "

on " appuie " sur le bouton $\sqrt{}$

il ressort le nombre **positif** " Machin " qui élevé au carré vaut " Truc "



I-2- Variation

Une méthode

Pour étudier les variations d'une fonction, on compare l'ordre des images à celui des antécédents.

Ici : on choisit deux antécédents $0 \leqslant a < b$.

on cherche l'ordre de $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$ en cherchant le signe de la différence $\sqrt{b} - \sqrt{a}$

Une technique (à retenir) de calcul avec les $\sqrt{}$

Développer $(\sqrt{b} - \sqrt{a})(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = ...$ (voir encadre page 48 du livre)

Conséquence :

Déduire de ce qui précède que $\sqrt{b} - \sqrt{a}$ et $b - a$ sont de même signe.

Que peut-on conclure des variations de la fonction racine carrée ?

Propriété :

La fonction racine carré est une fonction .... sur ....

Faire la synthèse dans un tableau de variations.

I-3- Courbe représentative

I-3-1- Tableau de valeurs

Compléter :

x	**0**	**0,25**	**1**	**...**	**...**
$\sqrt{x}$					

I-3-2 Graphique

En utilisant le tableau de valeurs, faire la représentation graphique dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Remarques :

La courbe est une demi-parabole d'équation $y = \sqrt{x}$.

Dans un repère orthonormé, elle peut s'obtenir par symétrie d'axe $y = x$ à partir de la parabole d'équation $y = x^2$

avec $x \geqslant 0$. (La démonstration sera faite en exercice).

I-4- Positions relatives de courbes (méthode générale à comprendre ….)

Objectif : Comment étudier la position des courbes représentatives de deux fonctions f et g ?

Méthode:Supposer deux courbes C_f et C_g.

Pour une abscisse x, placer deux points M et N sur chacune des courbes C_f et C_g.

Donner les ordonnées de ces points.

et en déduire une méthode pour positionner les courbes.

Applications :

Tracer dans un même repère les courbes représentatives sur $[0\,;+\infty[$ des fonctions $x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto 1$

et, pour $x > 0$, $x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

Par lecture graphique, classer les nombres x, x^2, $\sqrt{x}$, 1, $\dfrac{1}{x}$.

Démontrer les résultats lus sur le graphique.

Propriété : ordre de x, x^2, $\sqrt{x}$ et $\dfrac{1}{x}$.

Énoncer la propriété : ....*(propriété importante : savoir la retrouver)*

II- Une nouvelle fonction : valeur absolue

II-1- Définition de la valeur absolue d'un nombre et premières propriétés.

II-1-1- définition

Soit x un réel.

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par : $|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x \leqslant 0 \\ x & \text{si } x \geqslant 0 \end{cases}$

Autrement dit, lorsque le nombre est positif, sa valeur absolue est le nombre lui-même

lorsque le nombre est négatif, sa valeur absolue est son opposé .

exemples :

$|10-2| =$ $\qquad |2-10| =$ $\qquad |\pi-\sqrt{2}| =$ $\qquad |\sqrt{5}-3| =$

x étant un réel,

$|x-1| =$ $\qquad |1-x| =$ $\qquad |x+1| =$ $\qquad |-x-1| =$

Réduire les expressions selon les valeurs de x : $|x+2| + |3-x| =$

$5|x-4| - 3|2x+1| =$ ………..

II-1-2- Propriétés

Pour tout réel x, $|x| \geqslant 0$.

Pour tout réel x, $\sqrt{x^2} = |x|$.

Remarques :

Calculer $\sqrt{9}$, $\sqrt{(-3)^2}$, $\sqrt{3^2}$

A-t-on l'égalité : $\sqrt{x^2} = \sqrt{x}^2$?

Si **oui**, justifier par une **démonstration** pour tout x réel.

Si **non**, justifier à l'aide d'un **contre-exemple**.

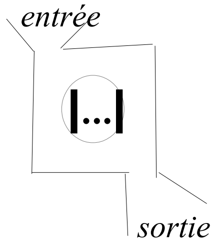
II-2- Définition de la fonction valeur absolue

La fonction valeur absolue est la fonction définie **sur** $\mathbb{R}$ **par** : $x \mapsto |x|$.

Illustration : on entre un nombre " Truc "

on " appuie " sur le bouton |... |

il ressort le nombre **positif** " Machin " qui est la valeur absolue de " Truc "



II-3- Variation

En utilisant les résultats connus sur les fonctions affines, déterminer les variations de la fonction valeur absolue sur chacun des intervalles $[0\ ;+\infty[$ et $]-\infty\ ;0]$

II-4- Courbe représentative

Justifier que la représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ de la fonction valeur absolue est la réunion de deux demi-droites.

III- quelques opérations sur les fonctions

Objectif : À partir des variations connues de fonctions u et v, déterminer dans quelques cas simples les variations de fonctions obtenues par somme, produit, etc ...

Rappel :

La différence $a - b$ est définie par la somme $a + (-b)$

Le quotient $\frac{a}{b}$ est définie par le produit $a \times \frac{1}{b}$.

III-1. Les fonctions u + λ où λ ∈ ℝ.

Soit u une fonction définie sur un intervalle I.

Soit λ un réel.

Démontrer que les fonctions u et $u + \lambda$ ...

III-2. Les fonctions λu où λ ∈ ℝ.*

Soit u une fonction définie sur un intervalle I.

Soit λ un réel non nul.

En considérant deux cas (disjonction des cas), comparer les variations des fonctions u et λu.

III-3. Les fonctions 1/u

u étant une fonction définie sur un intervalle I, à quelle condition peut-on définir la fonction $\frac{1}{u}$?

Lorsque cette condition est vérifiée, comparer les variations de u et $\frac{1}{u}$.

Application :

Après avoir déterminé l'ensemble de définition des fonctions,

dresser les tableaux de variations des fonctions $f : x \mapsto \frac{1}{x-1}$ et $g : x \mapsto \frac{1}{x^2+2x-3}$

III-4. Les fonctions $\sqrt{u}$

u étant une fonction définie sur un intervalle I, à quelle condition peut-on définir la fonction $\sqrt{u}$?

Lorsque cette condition est vérifiée, comparer les variations de u et $\sqrt{u}$ ..

Application :

Après avoir déterminé l'ensemble de définition des fonctions,
dresser les tableaux de variations des fonctions $f : x \mapsto \sqrt{x-1}$ et $g : x \mapsto \sqrt{x^2+2x-3}$.

III-5- et autres ...

u et v étant deux fonctions définies sur I,
montrer par des exemples qu'on ne peut pas dans le cas général établir des théorèmes pour déterminer les variations de la somme $u + v$ et du produit uv.

IV- Quelques rappels et compléments …

IV- 1 Une fonction numérique

On entre un réel x *dans un ensemble E_f où il est possible d'appliquer f.*

on applique **La fonction f**

il ressort le nombre réel: $f(x)$

IV- 2- Variation : qu'est-ce ?

C'est une notion qui concerne l'action d'une fonction sur la relation d'ordre :

Fonction strictement croissante sur un intervalle	**Fonction strictement décroissante sur un intervalle**
On entre deux réels a et b pris dans un **intervalle I** *on les ordonne* et on applique **La fonction f**  qui est une fonction **strictement croissante** sur l'intervalle I il ressort deux nombres réels: $f(a)$ et $f(b)$ **dans le même ordre que a et b**	On entre deux réels a et b pris dans un **intervalle I** *on les ordonne* et on applique La fonction g  qui est une fonction **strictement décroissante** sur l'intervalle I il ressort deux nombres réels: $g(a)$ et $g(b)$ **dans l'ordre inverse de a et b**

IV-3 … et des fonctions qui " se suivent ". (Opération nouvelle : composition de fonctions)

On entre un réel x *dans un ensemble E_f où il est possible d'appliquer f.*

on applique

il ressort le nombre réel: $f(x)$ ***qui se retrouve fort heureusement dans E_g …..***

auquel on applique

il ressort le nombre réel: $g[f(x)]$

Finalement:

On obtient une nouvelle fonction, la fonction

h* composée de la fonction *f* suivie de *g

Cette fonction est notée $g \circ f$.

elle est définie par: $h : x \mapsto g(f(x))$

On entre un réel x on applique

il ressort le nombre réel: $h(x) = g[f(x)]$