I- Résumé des épisodes précédents :

(Compléter après " donc " *ce doit être automatique ou réflexe* ….)

I-1- Lecture graphique.

Soit une **courbe** représentant une **fonction** f, donc, une équation de C_f est …..

Soit une **sécante à** C_f en deux points A et B d'abscisses respectives a et $b = a + h$, donc : y_A = … et y_B = …..

Le coefficient directeur de la droite (AB) est : …..............................

Position " limite " : La **tangente** à C_f au point A d'abscisse a a pour coefficient directeur le nombre noté

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

I-2- Vitesse

Une **loi horaire** $t \mapsto d(t)$.

Une vitesse moyenne entre deux dates a et $b = a + h$.

$V_{moyenne}$ = …...

La vitesse instantanée à la date a est : $d'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{d(a+h)-d(a)}{h}$.

I-3- Bilan :

Tout phénomène qui se décrit par une fonction $f : x \mapsto f(x)$ où le rapport de l'accroissement des images

$f(a + h) - f(a)$ par l'accroissement h de la variable, $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un nombre réel est modélisé par ce nombre dérivé : $f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

II- Exemples

II- 1- Un exemple de calcul :

On sait que $f(x) = x^2 + 2x - 3$

On forme le quotient que l'on cherche à réduire ….

$$h \neq 0 \; ; \; \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{[(a+h)^2+2(a+h)-3]-(a^2+2a-3)}{h}$$

$$= \frac{a^2+2ah+h^2+2a+2h-3-a^2-2a+3}{h} = \frac{h(2a+2+h)}{h} = 2a + 2 + h$$

Comme $\lim_{h\to 0} (2a + 2 + h) = 2a + 2$, la fonction f est dérivable pour tout réel a et $f'(a) = 2a + 2$.

II- 2- Quelques exemples en physique,

la puissance (en Watt) d'une force qui travaille est le rapport du travail fourni (en Joules) par la durée en secondes. $P = \dfrac{dW}{dt}$.

La quantité d'électricité (notée q en Coulomb) (quantité de charges électriques) par unité de temps en secondes est l'intensité du courant (en Ampères). (C'est le débit d'électrons) $I = \dfrac{dq}{dt}$

Les notions de " débit instantané " " flux ... " font appel à des notions liées à la dérivée.

III- Étude de la dérivabilité de quelques fonctions :

III- 1- La fonction racine carrée.

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$ définie sur $[0\,;+\infty[$

Soit les réels a et $a+h$ tels que $a \geqslant 0$, $a+h \geqslant 0$ et $h \neq 0$.

Montrer que $\dfrac{\sqrt{a+h}-\sqrt{a}}{h} = \dfrac{1}{\sqrt{a+h}+\sqrt{a}}$.

En déduire :

Si $a = 0$, la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.

(Interpréter le résultat graphiquement)

Si $a > 0$, la fonction racine carrée est dérivable en a et son nombre dérivé en a est $f'(a) = \ldots\ldots$

III- 2- La fonction valeur absolue

Soit $f : x \mapsto |a|$ définie sur $\mathbb{R}$.

Soit les réels a et $a+h$ tels que $h \neq 0$.

Réduire le rapport : $\dfrac{|a+h|-|a|}{h}$

En déduire :

Si $a = 0$, la fonction valeur absolue n'est pas dérivable en 0.

(Interpréter le résultat graphiquement)

Si $a \neq 0$, la fonction valeur absolue est dérivable en a et son nombre dérivé en a est $f'(a) = \ldots\ldots$

III- 3- La fonction inverse

Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ définie sur $]-\infty\,;0[\,\cup\,]0\,;+\infty[$.

Soit les réels a et $a+h$ tels que $a > 0$ et $a+h > 0$ et $h \neq 0$. (*ou bien $a < 0$ et $a+h < 0$ et $h \neq 0$*).

Réduire le rapport : $\dfrac{\dfrac{1}{a+h}-\dfrac{1}{a}}{h}$.

En déduire :

Si $a \neq 0$, la fonction inverse est dérivable en a et son nombre dérivé en a est $f'(a) = \ldots\ldots$

IV- Dérivée et variation ...

IV-1- Des observations

1) On sait que $f'(a)$, le coefficient directeur de la tangente au point A(a ; $f(a)$) est positif.

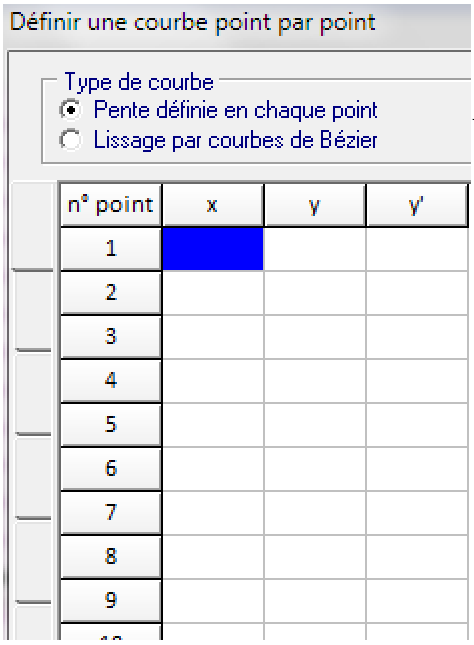
Que peut-on dire du sens de variation de la fonction au **voisinage** de A.

(*La notion de voisinage est à prendre dans le sens très intuitif de " très proche voisin de A "*)

2) a) On sait que $f'(a)$, le coefficient directeur de la tangente au point A(a ; $f(a)$) est négatif.

Que peut-on dire du sens de variation de la fonction au **voisinage** de A.

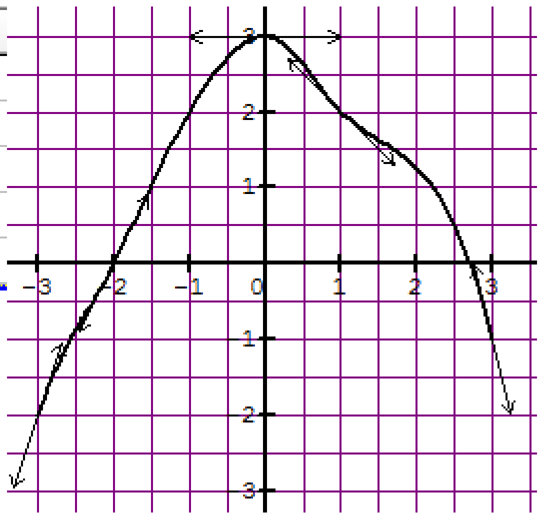
3) Le logiciel " Sinequanon " propose de construire des courbes point par point en remplissant le tableau suivant :



x est l'abscisse, y l'ordonnée et y' le nombre dérivé en ce point.

Voici un exemple :

n° point	x	y	y'
1	-3	-2	3
2	-2	0	2
3	0	3	0
4	1	2	-1
5	3	-1	-4



IV-2- signe de la dérivée et variations de fonctions

En vous inspirant de ces observations, répondre aux questions suivantes.

1) On sait que la dérivée d'une fonction f est définie pour tout x réel par $f'(x) = -2x + 4$

Dresser le tableau de variations de la fonction f.

2) On sait qu'une fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que le tableau de variations de g est le suivant :

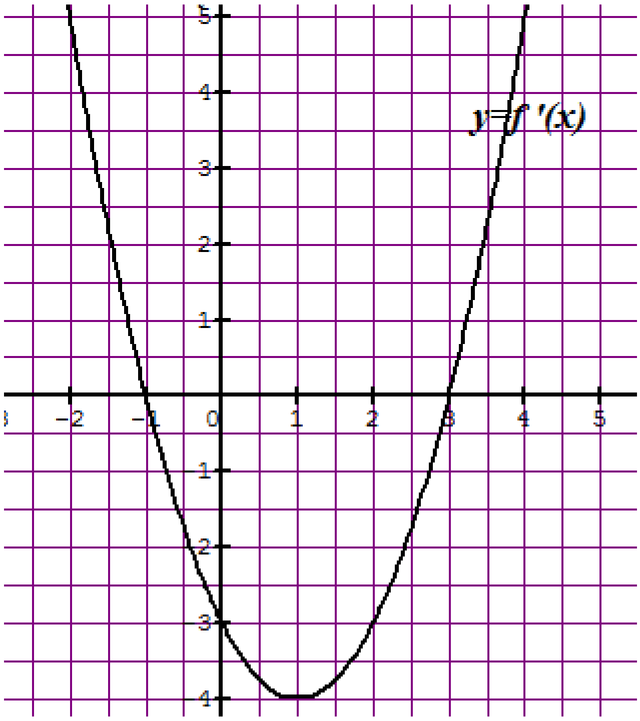
x	$-\infty$		-3		2		5		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	8	↘	-10	↗	12	↘	0

Donner le signe du nombre $g'(x)$ selon les valeurs de x.

3) Soit une fonction f telle que pour tout x réel $f'(x) = 2$ et $f(0) = -1$.

Quelle est cette fonction f ?

4) Voici une courbe représentant l'ensemble des points de coordonnées $(x, f'(x))$



On sait que la courbe C_f de f passe par les point A (0 ; 2) , B (3 ; –7) , C (–3 ; -7)

a) Sur un graphique, placer les points A, B et C et leurs tangentes.

b) Donner une équation de chacune de ces tangentes.

c) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

d) La phrase suivante est-elle vraie ou fausse :

Si $x \in [-1 ; 3]$ alors $f(x)$ est négatif ou nul

e) La phrase suivante est-elle vraie ou fausse :

f est une fonction croissante sur [0 ; 3].

f) La phrase suivante est-elle vraie ou fausse :

f est une fonction croissante sur [–3 ; –1].