Index

Sujet A page 31

Deux tableaux exprimant le nombre et les caractéristiques d'articles fabriqués par une usine,

a_1	a_2	a_3	
3	9	5	m_1
4	0	9	m_2
4	8	6	m_3

m_1	m_2	m_3	
5	6	3	Masse (kg)
180	250	150	Coûts (€)

A = $\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 \\ 4 & 0 & 9 \\ 4 & 8 & 6 \end{pmatrix}$ et M = $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 180 & 250 & 150 \end{pmatrix}$

1/ Une semaine donnée, l'usine doit fournir 8 articles a_1, 12 articles a_2 et 13 articles a_3, d'où, la matrice F = $\begin{pmatrix} 8 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix}$ qui représente la fabrication cette semaine-là.

a) le produit A×F = $\begin{pmatrix} 3\times8+9\times12+5\times13 \\ 4\times8+0\times12+9\times13 \\ 4\times8+8\times12+6\times13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 197 \\ 149 \\ 206 \end{pmatrix}$ représente le nombre de modules m_1, m_2, m_3.

Pour fournir 8 articles a_1, 12 articles a_2 et 13 articles a_3, il faut 197 modules m_1, 149 m_2 et 206 m_3.

b) la demande peut être satisfaite puisqu'il y a 210 modules de chaque sorte en stock.

197 ⩽ 210, 149 ⩽ 210 et 206 ⩽ 210.

2. Une autre semaine la production a demandé 174 modules m_1, 121 modules m_2 et 182 modules m_3.

On a fabriqué respectivement x, y, z articles a_1, a_2, a_3.

On obtient avec ces données le système $\begin{cases} 3x+9y+5z=174 \\ 4x+0y+9z=121 \\ 4x+8y+6z=182 \end{cases}$.

On cherche donc une matrice X = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ telle que AX = B avec B = $\begin{pmatrix} 174 \\ 121 \\ 182 \end{pmatrix}$.

Si A est inversible, la matrice de fabrication est S = A^{-1} B.

La calculatrice donne S = A^{-1} B = $\begin{pmatrix} 10 \\ 11 \\ 9 \end{pmatrix}$.

On a donc fabriqué respectivement 10 ; 11 et 9 articles a_1, a_2 et a_3.

3.a) Le produit M×A = $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 180 & 250 & 150 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 \\ 4 & 0 & 9 \\ 4 & 8 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 51 & 69 & 97 \\ 2140 & 2820 & 4050 \end{pmatrix}$

La première ligne donne des nombres exprimés en kg.

On a multiplié la masse des modules par le nombre respectif de modules pour chaque article.

Les coefficients de la première ligne sont les masses des articles a_1, a_2 et a_3.

La première ligne donne des nombres exprimés en €.

On a multiplié le coût des modules par le nombre respectif de modules pour chaque article.

Les coefficients de la deuxième ligne sont les coûts de ces articles a_1, a_2 et a_3.

b) L'usine fabrique x articles a_1, y articles a_2 et z articles a_3.

Le nombre d'articles fabriqués est $x + y + z$.

En multipliant les masses trouvées au 3a) pour chaque article par le nombre d'articles, on a :

Leur masse totale (en kg) est $51x + 69y + 97z$.

En multipliant les coûts trouvés au 3a) pour chaque article par le nombre d'articles, on a :

Leur coût total (en euros) est $2\,140x + 2\,820y + 4\,050z$.

c) Le nombre total d'articles étant de 27 unités, la masse totale de 1 935 kg et le coût total de 80 410 €,

on obtient le système : $\begin{cases} x+y+z=27 \\ 51x+69y+97z=1935 \\ 2\,140x+2820y+4\,050z=80410 \end{cases}$ qui est équivalent à l'équation matricielle AX = B

avec A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 51 & 69 & 97 \\ 2140 & 2820 & 4050 \end{pmatrix}$, X = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et B = $\begin{pmatrix} 27 \\ 1935 \\ 80410 \end{pmatrix}$

La solution est donc N = A^{-1} B.

La calculatrice donne N = A^{-1} B = $\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$, soit : 10 articles a_1, 8 articles a_2 et 9 articles a_3.