Classe: TESSpé DS1 Mardi 30/09/2014

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

Exercice 1

On considère le système (Σ) : $\begin{cases} 2x+y=-1 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$.

1) Résoudre le système (Σ) à la main sans calculatrice.

Une méthode (par substitution)

On tire y en fonction de x dans la première équation et on le remplace dans la deuxième équation par l'expression obtenue ainsi :

$(\Sigma) \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2x \\ 3x+2(-1-2x)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2x \\ -x=3 \end{cases}$.

On a donc : $\begin{cases} x=-3 \\ y=5 \end{cases}$. *(Vérification : 2×(–3) + 5 = –6 + 5 = –1 et 3×(–3) + 2×5 = –9 + 10 = 1)*

Le couple (–3 ; 5) est le couple solution du système $\begin{cases} 2x+y=-1 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$

Une autre méthode (par combinaison linéaire)

En multipliant la première égalité par 2 (soit : $4x + 2y = -2$) et en soustrayant les deux égalités, on obtient :

$(\Sigma) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=-1 \\ 4x+2y-3x-2y=-2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=-1 \\ x=-3 \end{cases}$, puis : $y = -1 - 2\times(-3) = 5$ ….

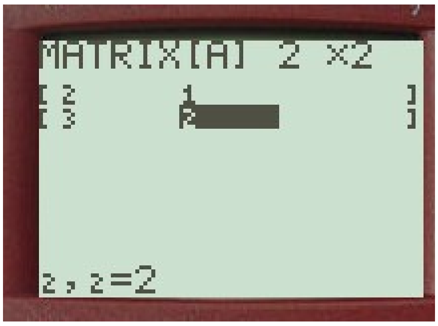
2) On note X = $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

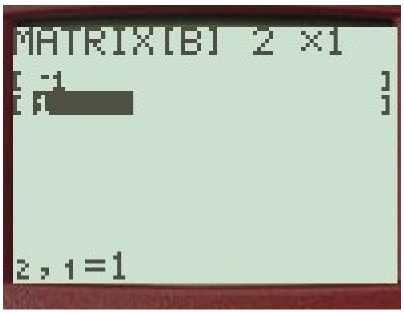
a) Donner les deux matrices A et B qui permettent de traduire le système (Σ) en une équation matricielle AX = B.

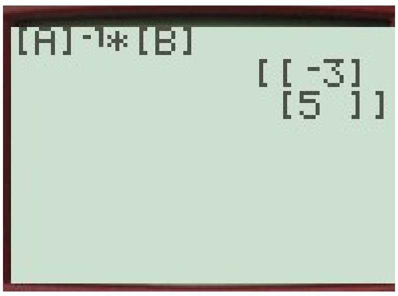
On pose A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ainsi : AX = B donne $\begin{pmatrix} 2x+y \\ 3x+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ qui équivaut à (Σ).

b) À l'aide de la calculatrice, déterminer la matrice S solution de cette équation.
On entre A et B sur la calculatrice.
Comme AX = B, en multipliant à gauche par A^{-1} l'inverse de A, on a : X = A^{-1} B.







Exercice 2

Effectuer à la main (les calculs intermédiaires doivent apparaître sur la copie) les produits AB et BA lorsque

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Calcul de AB	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1\times0+2\times1 & 1\times1+2\times0 \\ 3\times0+4\times1 & 3\times1+4\times0 \end{pmatrix}$	$AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

Calcul de BA	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0\times1+1\times3 & 0\times2+1\times4 \\ 1\times1+0\times3 & 1\times2+0\times4 \end{pmatrix}$	$BA = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$