Pour les travaux à la maison, vous avez **au moins une semaine** pour y réfléchir. Ces travaux peuvent être des travaux de révision, d'entraînement, de recherche ou de découverte de nouvelles notions...
N'attendez pas le dernier moment pour y réfléchir et n'hésitez pas à me demander conseil. Vous avez aussi un **livre que vous aurez souvent besoin de consulter**.

Sur le site: http://dossierslmm.chez-alice.fr vous trouverez au fur et à mesure les activités et travaux faits en cours d'année.
À partir de ce site, vous pouvez aussi m'écrire par courrier électronique pour demander des précisions.

I- Limites-Asymptotes

On pose $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2+x+1}$

1) a) Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$.

b)Montrer qu'il existe quatre réels a, b, c et d tels que, pour tout x: $f(x) = ax + b + \dfrac{cx+d}{x^2+x+1}$

2) En déduire que la courbe représentative de f admet, en $+\infty$ et en $-\infty$, une asymptote Δ et positionner C_f par rapport à Δ.

II- Axe de symétrie et asymptotes

On se propose d'étudier les branches infinies (*c-à-d: existence ou non d'asymptotes, comportement asymptotique*) de C_f, courbe représentative de la fonction: $f : x \mapsto \sqrt{x^2-3x+1}$

1) Étudier l'ensemble de définition de f et montrer que: $f(x) = \sqrt{\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{5}{4}}$. En déduire que C_f admet un axe de symétrie.

2) Montrer que la droite d'équation $y = x - \dfrac{3}{2}$ est asymptote à C_f en $+\infty$ et étudier la position de C_f par rapport à cette droite.

3) À l'aide de la question 1), étudier la branche infinie de C_f en $-\infty$

III- Somme, différence de fonctions. Asymptotes. Symétries

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}\backslash\{-2;0\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+2}$ et $g(x) = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+2}$.

1) Étudier les limites de f et g aux bornes de leur ensemble de définition. En déduire que les courbes représentatives C_f et C_g ont les mêmes asymptotes.

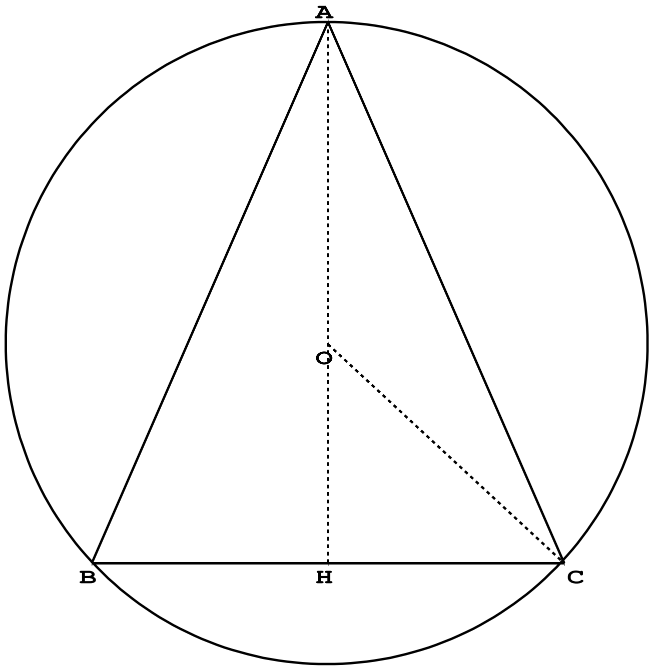
2) Étudier les variations des fonctions f et g

3) Étudier la position de C_f par rapport à sa tangente en $\Omega(-1;0)$, et la position relative des courbes C_f et C_g.

4) Représenter C_f et C_g dans un même repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$

5) Montrer que Ω est centre de symétrie de C_f et $(\Omega; \vec{j})$ axe de symétrie de C_g.

IV- Optimisation



Un triangle ABC isocèle, de sommet principal A, est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 1. H est le pied de la hauteur issue de A. On note α la mesure en radian de l'angle $\widehat{HOC}$. On suppose que $0 \leqslant \alpha \leqslant \dfrac{\pi}{2}$

1a) Exprimer BC et AH en fonction de α.
  b) En déduire, en fonction de α, l'aire du triangle ABC.
2) On considère la fonction f définie sur $I = \left[0\,;\dfrac{\pi}{2}\right]$ par: $f(\alpha)=\sin\alpha\,(1+\cos\alpha)$. Calculer la dérivée $f\,'$ de f et prouver que, pour tout réel α de I,
on a $f\,'(\alpha) = 2\cos^2\alpha + \cos\alpha - 1$.
3a) Factoriser le polynôme $2X^2 + X - 1$ et en déduire une factorisation de $f\,'(\alpha)$.
  b) Dresser le tableau de variations de f.
4) Démontrer qu'il existe une valeur de α, que l'on déterminera pour laquelle l'aire du triangle est maximale. Préciser ce maximum.
Quelle est alors la nature du triangle ABC?