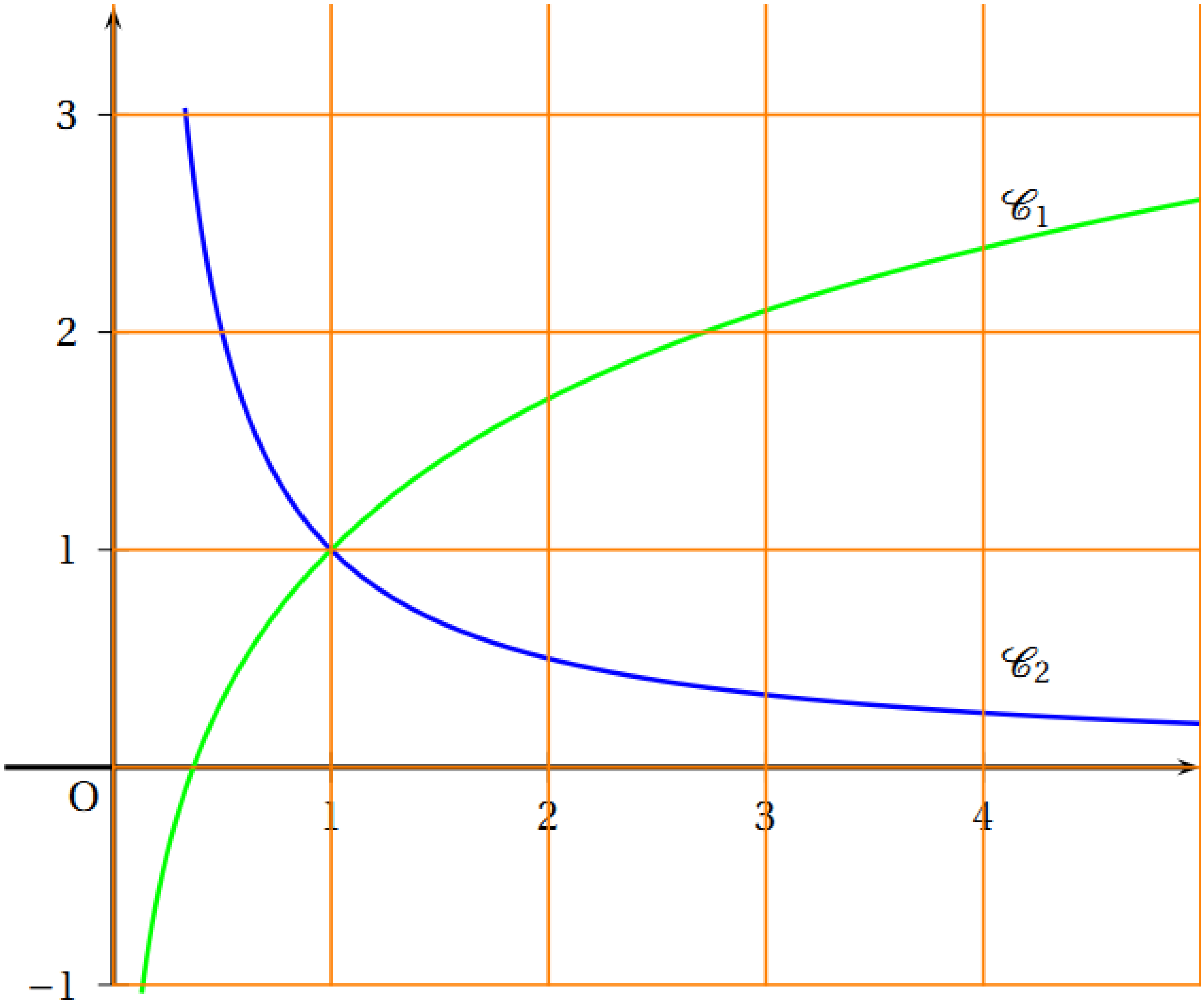
*Le sujet est composé de 3 exercices indépendants.*
*Le candidat doit traiter tous les exercices.*
*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

***EXERCICE 1*** ***10 points*** ***Commun à tous les candidats***

**Partie I**

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormal, les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ représentatives de deux fonctions $f_1$ et $f_2$ définies sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.




On sait que :

– l'axe des ordonnées est asymptote aux courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$

– l'axe des abscisses est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_2$

– la fonction $f_2$ est continue et strictement décroissante sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$

– la fonction $f_1$ est continue et strictement croissante sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$

– la limite quand $x$ tend vers $+\infty$ de $f_1(x)$ est $+\infty$.

*Pour chacune des quatre questions de cette partie, une seule des trois propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse juste rapporte 0,5 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'est pas sanctionnée.*

1. La limite quand $x$ tend vers 0 de $f_2(x)$ est :

• 0 • $+\infty$ • On ne peut pas conclure

Preuve : l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_2$

2. La limite quand $x$ tend vers $+\infty$ de $f_2(x)$ est :

• 0 • 0,2 • On ne peut pas conclure

Preuve : l'axe des abscisses est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_2$

3. En $+\infty$, $\mathscr{C}_1$ admet une asymptote oblique :

• Oui • Non • On ne peut pas conclure

Contre-exemples : la fonction $x \mapsto \ln x$ est croissante sur $]0 ; +\infty[$, a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ et n'a pas d'asymptote oblique en $+\infty$

la fonction $x \mapsto x - \dfrac{1}{x}$ est croissante sur $]0 ; +\infty[$, a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ et la droite d'équation $y = x$ est une asymptote oblique en $+\infty$

4. Le tableau de signes de $f_2(x) - f_1(x)$ est :

| $x$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f_2(x)-f_1(x)$ | $\|\|$ | $+$ |

| $x$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f_2(x)-f_1(x)$ | $\|\|$ | $-$ |

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_2(x)-f_1(x)$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

**Partie II**

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x) + 1 - \dfrac{1}{x}$.

1. Déterminer les limites de la fonction $f$ aux bornes de son ensemble de définition.

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln x = -\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{1}{x} = +\infty$, d'où, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln(x) - \dfrac{1}{x} = -\infty$. Conclusion : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty$.

$\lim\limits_{x\to +\infty} \ln x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{1}{x} = 0$, d'où, $\lim\limits_{x\to +\infty} \ln(x) + 1 - \dfrac{1}{x} = +\infty$. Conclusion : $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$.

2. Étudier les variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

La fonction ln est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$

La fonction inverse est strictement décroissante sur ]0 ; +∞[,

donc, son opposé est strictement croissante sur ]0 ; +∞[

Leur somme est strictement croissante sur ]0 ; +∞[.

On a donc : $f$ est strictement croissante sur ]0 ; +∞[.

***Autre méthode :***

$f$ est la somme de fonctions dérivables sur ]0 ; +∞[.

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{x} + 0 + \frac{1}{x^2}$ qui est strictement positif sur ]0 ; +∞[.

On a donc : $f$ est strictement croissante sur ]0 ; +∞[.

(On peut résumer dans un tableau de variations :

| $x$ | 0 | | +∞ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | + | |
| $f(x)$ | ‖ −∞ | ↗ | +∞ |

3. En déduire le signe de $f(x)$ lorsque $x$ décrit l'intervalle ]0 ; +∞[.

Comme $f(1) = \ln(1) + 1 - 1 = 0$ , et, puisque $f$ est strictement croissante sur ]0;+∞[, on a :

Si $x = 1$, $f(1) = 0$

si $0 < x < 1$ alors $f(x) < f(1)$, d'où, $f(x) < 0$

si $x > 1$ alors $f(x) > f(1)$, d'où, $f(x) > 0$

| $x$ | 0 | | **1** | | +∞ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ‖ | − | 0 | + | |

4. Montrer que la fonction $F$ définie sur l'intervalle ]0 ; +∞[ par $F(x) = x \ln x - \ln x$ est une primitive de la fonction $f$ sur cet intervalle.

$F$ est la somma des fonctions $u : x \mapsto x\ln x$ et $v : x \mapsto \ln x$

$u$ est le produit de fonctions dérivables sur ]0 ; +∞[,

donc, $F$ est dérivable sur ]0 ; +∞[, et, pour tout $x > 0$, on a $F'(x) = 1\times\ln x + \frac{1}{x}\times x - \frac{1}{x} = \ln(x) + 1 - \frac{1}{x} = f(x)$

ce qui prouve que $F$ est une primitive de $f$ sur ]0 ; +∞[

5. Démontrer que la fonction $F$ est strictement croissante sur l'intervalle ]1 ; +∞[.

Comme $f(x) > 0$ sur ]1 ; +∞[, on a : $F$ est strictement croissante sur l'intervalle ]1 ; +∞[.

6. Montrer que l'équation $F(x) = 1 - \frac{1}{e}$ admet une unique solution dans l'intervalle ]1 ; +∞[ qu'on note α.

$F(1) = 1 \times \ln 1 - \ln 1 = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \ln x(x-1) = +\infty$

$F$ étant dérivable est continue sur $]1\,;+\infty[$

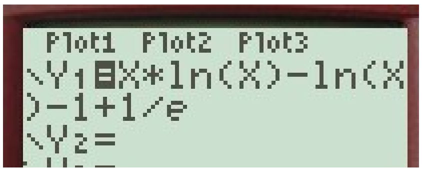
$F$ est strictement croissante sur $]1\,;+\infty[$

L'image de $]1\,;+\infty[$ par $F$ est $]0\,;+\infty[$ qui contient $1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

**Les trois conditions** du corollaire du théorème des valeurs intermédiaires (ou théorème de la bijection) sont vérifiées, d'où, il existe un et un seul réel $\alpha \in\, ]1\,;+\infty[$ tel que $F(\alpha) = 1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

7. Donner un encadrement de α d'amplitude $10^{-1}$.

Sur la calculatrice, on peut entrer la fonction $G$ définie par $G(x) = F(x) - 1 + \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ et chercher une valeur approchée de α en cherchant $G(x) = 0$





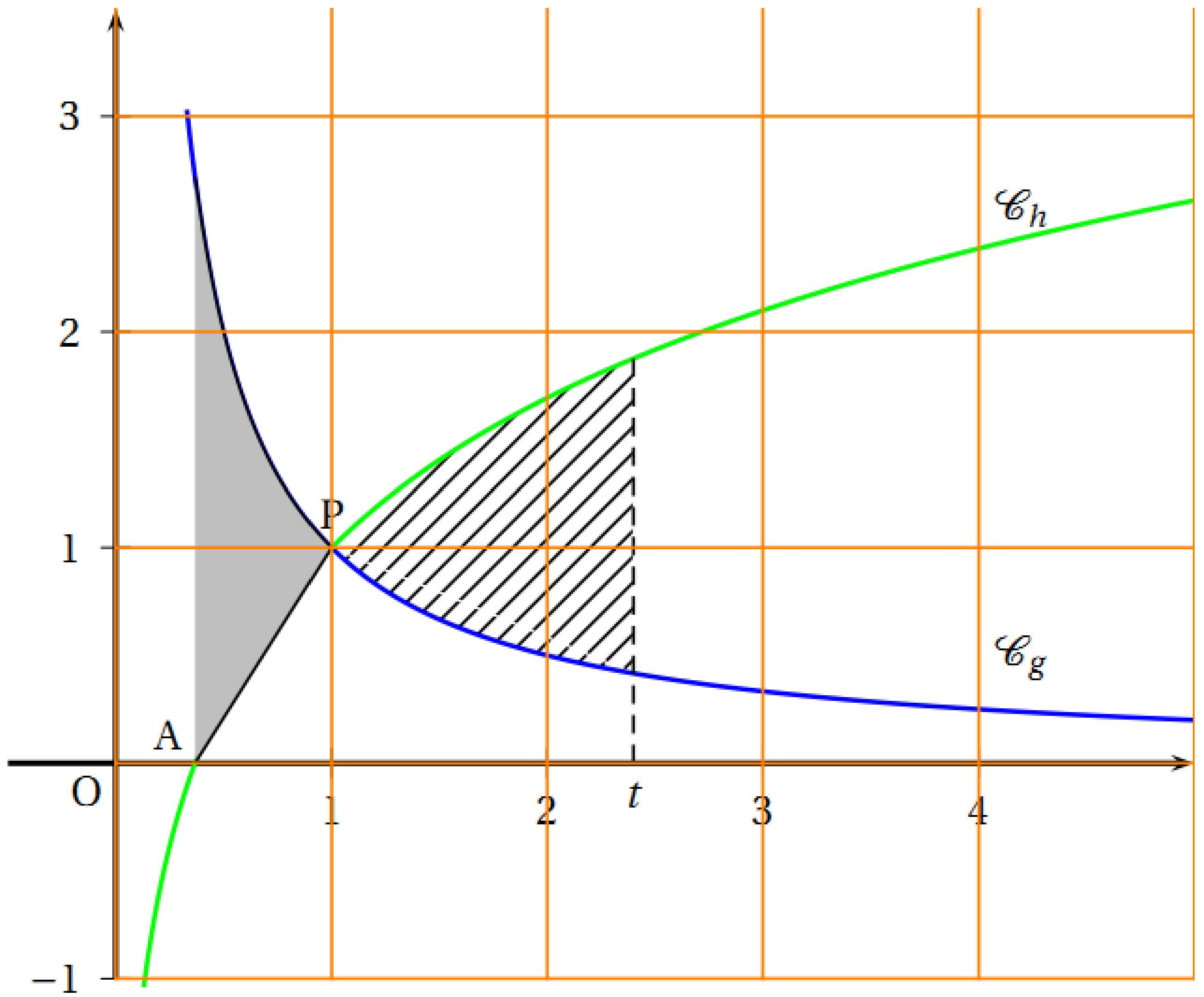
On trouve $G(1{,}9) < 0 < G(2{,}0)$

un encadrement de α d'amplitude $10^{-1}$ est $1{,}9 < \alpha < 2$

**Partie III**

Soit $g$ et $h$ les fonctions définies sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{1}{x}$ et $h(x) = \ln(x) + 1$.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormal, les courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ représentatives des fonctions $g$ et $h$.




1. $A$ est le point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_h$ et de l'axe des abscisses. Déterminer les coordonnées du point $A$.

L'ordonnée de $A$ est 0.

Son abscisse est la solution de l'équation $h(x) = 0$.

$\ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow \ln x = \ln \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ ln étant bijective sur $]0\,;+\infty[$, l'abscisse de $A$ est $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

$A\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;0\right)$

2. $P$ est le point d'intersection des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$. Justifier que les coordonnées du point $P$ sont (1 ; 1).

Les coordonnées de $P$ sont les solutions du système : $\begin{cases} y=g(x) \\ y=h(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1}{x} \\ y=\ln x+1 \end{cases}$

L'équation aux abscisses donne : $\ln x + 1 = \dfrac{1}{x}$ qui équivaut à $f(x) = 0$.

Or, dans la partie II-, on a vu : $f(1) = 0$

L'abscisse de $P$ est 1 et don ordonnée est : $y = \frac{1}{1} = \ln 1 + 1 = 1$

3. On note $\mathscr{A}$ l'aire du domaine délimité par les courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ et les droites d'équations respectives $x = \frac{1}{\mathrm{e}}$ et $x = 1$ (domaine grisé sur le graphique).

a. Exprimer l'aire $\mathscr{A}$ à l'aide de la fonction $f$ définie dans la partie II.

Les fonctions $g$ et $h$ sont définies et continues sur $[\frac{1}{\mathrm{e}} ; 1]$ telles que $h(x) \leqslant g(x)$.

On a donc : $g(x) - h(x) \geqslant 0$ et $g(x) - h(x) = \frac{1}{x} - x\ln x - 1 = -f(x)$

On a donc, en u.a ., $\mathscr{A} = \int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} g(x) - h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} -f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$

b. Montrer que $\mathscr{A} = 1 - \frac{1}{\mathrm{e}}$.

$\mathscr{A} = -\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = -\left[F(x)\right]_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1}$ (Voir partie II-)

$\mathscr{A} = -F(1) + F(\frac{1}{\mathrm{e}}) = -1 \times \ln 1 + \ln 1 + (\frac{1}{\mathrm{e}} \times \ln\frac{1}{\mathrm{e}} - \ln\frac{1}{\mathrm{e}})$

Comme $\ln 1 = 0$ et $\ln\frac{1}{\mathrm{e}} = -1$, on obtient : $\mathscr{A} = 1 - \frac{1}{\mathrm{e}}$

4. Soit $t$ un nombre réel de l'intervalle $]1 ; +\infty[$. On note $\mathscr{B}_t$ l'aire du domaine délimité par les droites d'équations respectives $x = 1$, $x = t$ et les courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ domaine hachuré sur le graphique).

On souhaite déterminer une valeur de $t$ telle que $\mathscr{A} = \mathscr{B}_t$.

a. Montrer que $\mathscr{B}_t = t\ln(t) - \ln(t)$.

Les fonctions $g$ et $h$ sont définies et continues sur $[1 ; t]$ telles que $g(x) \leqslant h(x)$.

On a donc : $h(x) - g(x) \geqslant 0$ et $h(x) - g(x) = f(x)$

On a donc, en u.a ., $\mathscr{B}_t = = \int_{1}^{t} f(x)\,\mathrm{d}x = \left[F(x)\right]_1^t = t\ln(t) - \ln(t)$ puisque $F(1) = 0$

b. Conclure.

$\mathscr{A} = \mathscr{B}_t \Leftrightarrow F(t) = 1 - \frac{1}{\mathrm{e}}$.

Or, la solution de cette équation est le réel $\alpha$ déterminé à la partie II-

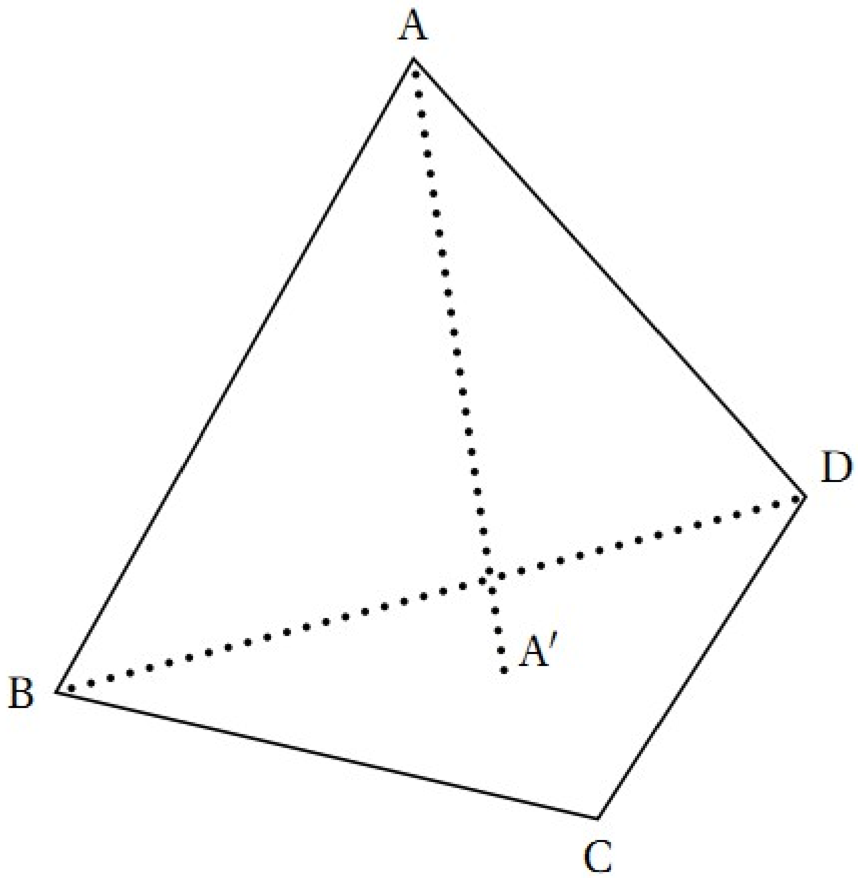
---

***EXERCICE 2 5 points Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité***

**Partie 1**

Dans cette partie, $ABCD$ est un tétraèdre régulier, c'est-à-dire un solide dont les quatre faces sont des triangles équilatéraux.

$A'$ est le centre de gravité du triangle $BCD$.




Dans un tétraèdre, le segment joignant un sommet au centre de gravité de la face opposée est appelé médiane. Ainsi, le segment $[AA']$ est une médiane du tétraèdre $ABCD$.

1. On souhaite démontrer la propriété suivante :

($\mathscr{P}_1$) : *Dans un tétraèdre régulier, chaque médiane est orthogonale à la face opposée.*

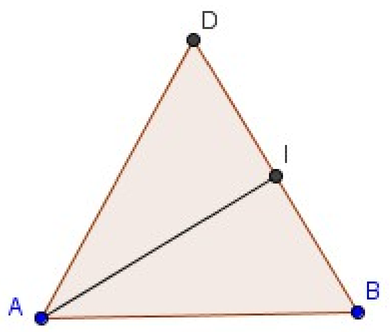
a. Montrer que $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BD} = 0$ et que $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$. (On pourra utiliser le milieu $I$ du segment $[BD]$ et le milieu $J$ du segment $[BC]$).

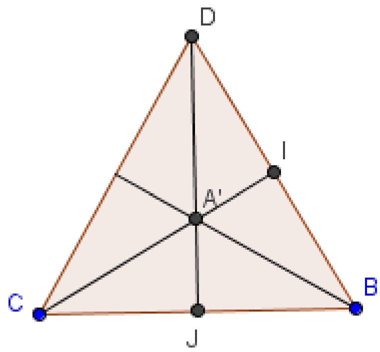
$I$ étant le milieu de $[BD]$, la médiane $[AI]$ du triangle équilatéral est aussi la hauteur issue de $A$.

On a donc : $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{BD} = 0$

De même $\overrightarrow{IA'}\cdot\overrightarrow{BD} = 0$ dans le triangle équilatéral $BDC$.

$\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BD} = ( \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IA'} )\ \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{IA'}\cdot\overrightarrow{BD} = 0$




$\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JA'}) . \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AJ}\cdot\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{JA'}\cdot\overrightarrow{BC} = 0 + 0 = 0$ pour les mêmes raisons avec $J$ milieu de $[BC]$.

b. En déduire que la médiane $(AA')$ est orthogonale à la face $BCD$.

Puisque $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BD} = 0$ et $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$, la droite $(AA')$ est orthogonale à deux droites sécantes $(BD)$ et $(BC)$ du plan $(BCD)$.

Conclusion : la médiane $(AA')$ est orthogonale à la face $BCD$.

Un raisonnement analogue montre que les autres médianes du tétraèdre régulier $ABCD$ sont également orthogonales à leur face opposée.

2. $G$ est l'isobarycentre des points $A$, $B$, $C$ et $D$.

On souhaite démontrer la propriété suivante :

$(\mathscr{P}_2)$ : *Les médianes d'un tétraèdre régulier sont concourantes en G.*

En utilisant l'associativité du barycentre, montrer que $G$ appartient à la droite $(AA')$, puis conclure.

$A'$ est le centre de gravité du triangle $BCD$, d'où, $A'$ est l'isobarycentre des points $B$, $C$, $D$.

$G$ étant l'isobarycentre des points $A$, $B$, $C$, $D$ est le barycentre du système de points pondérés $\{(A, 1), (A', 3)\}$ d'après le théorème d'associativité.

Le point $G$ est donc sur la droite $(AA')$.

De même en appelant $B'$ le centre de gravité du triangle $ACD$, on a :

$G$ est le barycentre du système de points pondérés $\{(B, 1), (B', 3)\}$ ; d'où, $G \in (BB')$

et en appelant $C'$ le centre de gravité du triangle $ABD$, on a :

$G$ est le barycentre du système de points pondérés $\{(C, 1), (C', 3)\}$ ; d'où, $G \in (CC')$,

et en appelant $D'$ le centre de gravité du triangle $ABC$, on a :

$G$ est le barycentre du système de points pondérés $\{(D, 1), (D', 3)\}$ ; d'où, $G \in (DD')$,

$G$ est par conséquent le point de concours des quatre médianes du tétraèdre.

**Partie II**

On munit l'espace d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $P(1\ ;\ 2\ ;\ 3)$, $Q(4\ ;\ 2\ ;\ -1)$ et $R(-2\ ;\ 3\ ;\ 0)$.

1. Montrer que le tétraèdre *OPQR* n'est pas régulier.

$OP = \sqrt{1^2+2^2+3^2} = \sqrt{14}$ et $OQ = \sqrt{4^2+2^2+(-1)^2} = \sqrt{21}$.

Les arêtes étant de longueur différente, le tétraèdre *OPQR* n'est pas régulier.

2. Calculer les coordonnées de *P'*, centre de gravité du triangle *OQR*.

$\begin{cases} x_{P'} = \dfrac{x_O+x_Q+x_R}{3} \\ y_{P'} = \dfrac{y_O+y_Q+y_R}{3} \\ z_{P'} = \dfrac{z_O+z_Q+z_R}{3}; \end{cases}$, d'où, $P'\left(\dfrac{2}{3}\ ;\ \dfrac{5}{3}\ ;\ \dfrac{-1}{3}\right)$

3. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (*OQR*) est : $3x + 2y + 16z = 0$.

Puisque les points *O*, *Q*, *R* ne sont pas alignés, il suffit de vérifier que les coordonnées des trois points sont solutions de l'équation proposée.

Pour $O(0\ ;\ 0\ ;\ 0)$, $3\times0 + 2\times0 + 16\times0 = 0$

Pour $Q(4\ ;\ 2\ ;\ -1)$ $3\times4 + 2\times2 + 16\times(-1) = 16 - 16 = 0$

Pour $R(-2\ ;\ 3\ ;\ 0)$ $3\times(-2) + 2\times3 + 16\times0 = 6 - 6 = 0$

***Méthode générale si une équation n'est pas proposée :***

On sait qu'une équation cartésienne de plan (*OQR*) est : $ax + by + cz + d = 0$

Comme les coordonnées de *O* vérifient l'équation, il est évident que $d = 0$.

En prenant les coordonnées de *Q* et de *R*, on a le système :

$\begin{cases} 4a+2b-c=0 \\ -2a+3b+0.c=0 \end{cases} \begin{pmatrix} L1 \\ L2 \end{pmatrix}.$

En faisant L1 + 2×L2, on a : $8b - c = 0$, puis en remplaçant $c$ par $8b$, on a : $4a - 6b = 0$, soit :

$2a = 3b$ et $8b = c$.

On choisit une valeur pour l'un des coefficients : par exemple $a = 3$, ainsi, $b = 2$ et $c = 16$

Une équation de (*OQR*) est : $3x + 2y + 16z = 0$

4. La propriété ($\mathscr{P}_1$) de la partie 1 est-elle vraie dans un tétraèdre quelconque ?

Un vecteur normal au plan (*OQR*) est le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 16 \end{pmatrix}$ et le vecteur $\overrightarrow{PP'}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} \dfrac{2}{3}-1 \\ \dfrac{5}{3}-2 \\ \dfrac{-1}{3}-3 \end{pmatrix}$, soit : $\overrightarrow{PP'}\begin{pmatrix}\dfrac{-1}{3}\\\dfrac{-1}{3}\\\dfrac{-10}{3}\end{pmatrix}$

Tout vecteur $\vec{u}$ colinéaire à $\overrightarrow{PP'}$ convient : par exemple $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\10\end{pmatrix}$

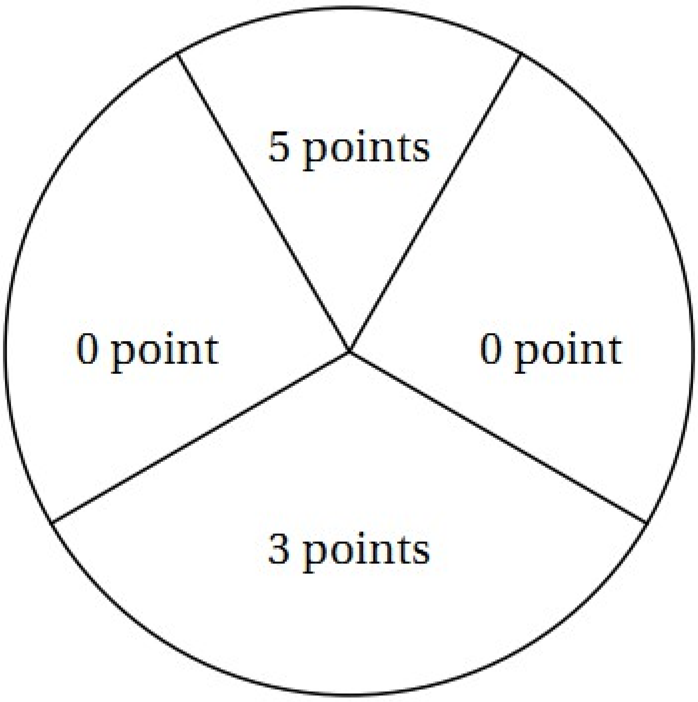
Le vecteur $\vec{n}$ et le vecteur $\overrightarrow{PP'}$ ne sont pas colinéaires (évident d'après leurs deux premières coordonnées), la médiane ($PP'$) n'est pas orthogonale à la face opposée.

La propriété $\mathscr{P}_1$ n'est pas vérifiée dans un tétraèdre quelconque .

---

***EXERCICE 3*** ***5 points*** ***Commun à tous les candidats***

Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en quatre secteurs, comme indiqué sur la figure ci-dessous.




On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.

1. Le joueur lance une fléchette.

On note $p_0$ la probabilité d'obtenir 0 point.

On note $p_3$ la probabilité d'obtenir 3 points.

On note $p_5$ la probabilité d'obtenir 5 points.

On a donc $p_0 + p_3 + p_5 = 1$. Sachant que $p_5 = \frac{1}{2} p_3$ et que $p_5 = \frac{1}{3} p_0$ déterminer les valeurs de $p_0$, $p_3$ et $p_5$.

$p_0 + p_3 + p_5 = 1$ et $p_5 = \frac{1}{2} p_3$ et $p_5 = \frac{1}{3} p_0$ mène à : $3\,p_5 + 2\,p_5 + p_5 = 1$, d'où, $p_5 = \frac{1}{6}$.

$p_0 = \frac{1}{2}$ et $p_3 = \frac{1}{3}$.

2. Une partie de ce jeu consiste à lancer trois fléchettes au maximum. Le joueur gagne la partie s'il obtient un total (pour les 3 lancers) supérieur ou égal à 8 points. Si au bout de 2 lancers, il a un total supérieur ou égal à 8 points, il ne lance pas la troisième fléchette.

On note $G_2$ l'événement : « le joueur gagne la partie en 2 lancers ».

On note $G_3$ l'événement : « le joueur gagne la partie en 3 lancers ».

On note $P$ l'événement : « le joueur perd la partie ».

On note $p(A)$ la probabilité d'un événement $A$.

a. Montrer, en utilisant un arbre pondéré, que $p\,(G_2) = \frac{5}{36}$.

(arbre à la fin de l'exercice)

Pour gagner en deux lancers, le joueur doit faire : 5 + 3 ou 3 + 5 ou 5 + 5.

Les événements (" 5 " ∩ " 3 ") , (" 3 " ∩ " 5 ") et (" 5 " ∩ " 5 ") sont incompatibles, d'où,

$$p(G_2) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{2+2+1}{36} = \frac{5}{36}$$

On admettra dans la suite que $p\,(G_3) = \frac{7}{36}$

b. En déduire $p(P)$.

Le joueur perd la partie s'il ne réussit pas au moins 8 points. Comme il ne peut pas faire 8 points au premier lancer, $P$, $G_2$, $G_3$ forment une partition de l'univers.

$$p(P) = 1 - \frac{5}{36} - \frac{7}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

3. Un joueur joue six parties avec les règles données à la question 2.

Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins une partie ?

Il a perdu les six parties avec la probabilité : $\left(\frac{2}{3}\right)^6$

il gagne au moins une partie avec la probabilité $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{3^6 - 2^6}{3^6} = \frac{665}{729}$

4. Pour une partie, la mise est fixée à 2 €.

Si le joueur gagne en deux lancers, il reçoit 5 €. S'il gagne en trois lancers, il reçoit 3 €. S'il perd, il ne reçoit rien.

On note $X$ la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur pour une partie. Les valeurs possibles pour $X$ sont donc : $-2$, 1 et 3.

a. Donner la loi de probabilité de $X$.

$p(X=-2)=p(P)=\dfrac{2}{3}=\dfrac{24}{36}$

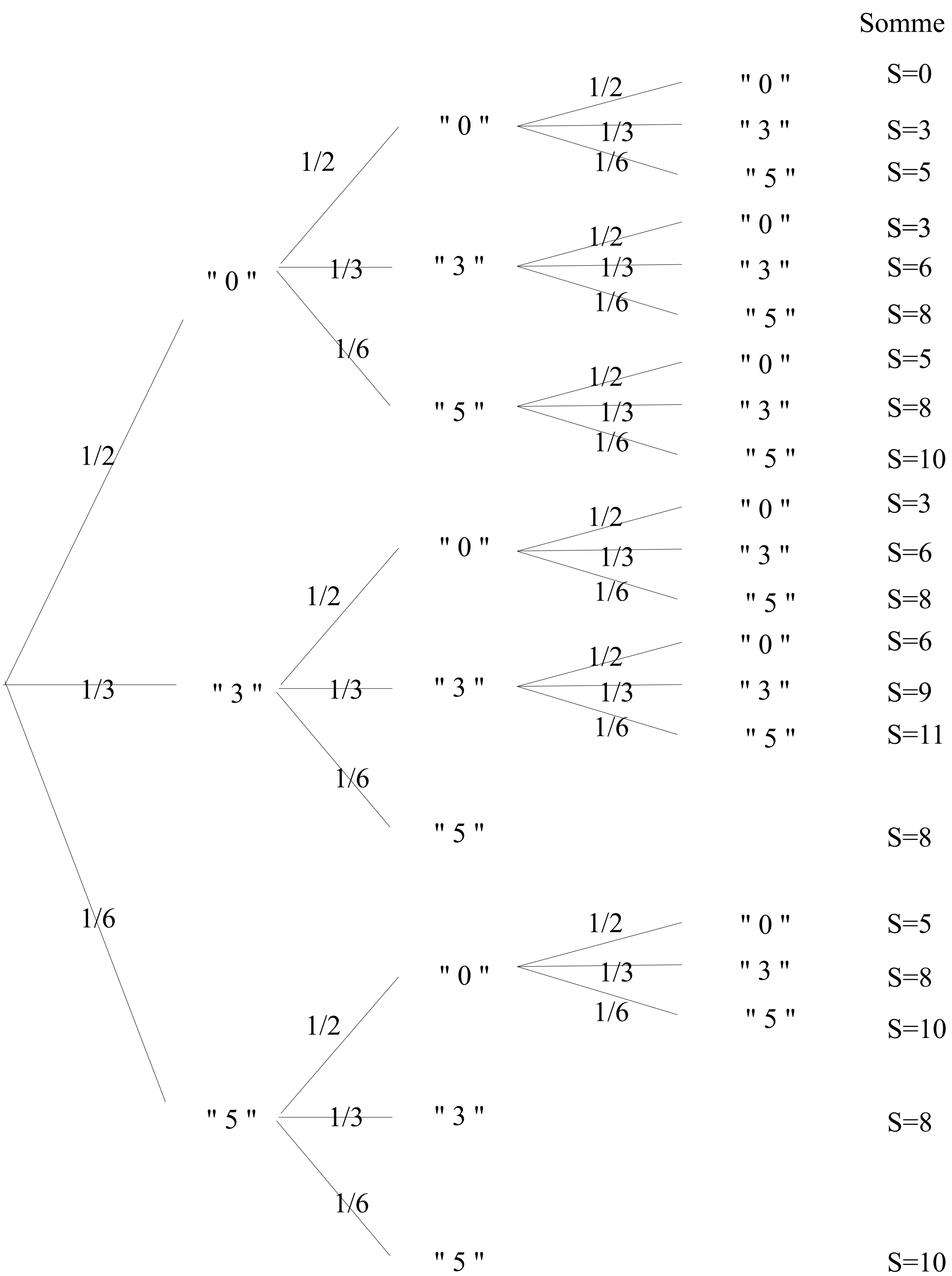
$p(X=1)=p(G_3)=\dfrac{7}{36}$

$p(X=3)=p(G_2)=\dfrac{5}{36}$

b. Déterminer l'espérance mathématique de $X$. Le jeu est-il favorable au joueur ?

$E(X)=-2\times\dfrac{24}{36}+1\times\dfrac{7}{36}+3\times\dfrac{5}{36}=\dfrac{-48+7+15}{36}=-\dfrac{26}{36}=-\dfrac{13}{18}$

Le jeu est défavorable au joueur puisqu'en moyenne il perd environ 72 centimes d'euros.


Somme
1/2
" 0 "
1/2
" 0 "
1/2
" 0 "
S=0
1/3
" 3 "
S=3
1/6
" 5 "
S=5
1/3
" 3 "
1/2
" 0 "
S=3
1/3
" 3 "
S=6
1/6
" 5 "
S=8
1/6
" 5 "
1/2
" 0 "
S=5
1/3
" 3 "
S=8
1/6
" 5 "
S=10
1/3
" 3 "
1/2
" 0 "
1/2
" 0 "
S=3
1/3
" 3 "
S=6
1/6
" 5 "
S=8
1/3
" 3 "
1/2
" 0 "
S=6
1/3
" 3 "
S=9
1/6
" 5 "
S=11
1/6
" 5 "
S=8
1/6
" 5 "
1/2
" 0 "
1/2
" 0 "
S=5
1/3
" 3 "
S=8
1/6
" 5 "
S=10
1/3
" 3 "
S=8
1/6
" 5 "
S=10