

Exercice 1 (Une fonction rationnelle)

Les résultats doivent être justifiés par un calcul, une étude de signes, etc.

Toute affirmation faite à partir de la lecture sur un écran de calculatrice n'est pas valide, mais, une analyse de ce qui apparaît à l'écran peut être très utile pour bâtir la justification.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - x - 4}{x - 2}$

Le tracé de la courbe n'est pas demandé.

1) a) Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$

(si les coefficients a , b et c ne sont pas trouvés au 1), on admettra pour la suite de l'exercice qu'on peut écrire $f(x) = x + 1 - \frac{2}{x-2}$)

b) Démontrer l'égalité suivante:

Pour tout réel h non nul, $f(2+h) + f(2-h) = 6$.

Interpréter graphiquement ce résultat.

2) a) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la représentation graphique C_f de f dans un repère.

b) Déterminer la position relative de C_f et Δ .

3) Calculer la limite à droite de f en 2.

4) a) Calculer la dérivée $f'(x)$.

b) Dresser le tableau de variations de f .

Exercice 2 (calculs dans \mathbb{C})

Les questions suivantes sont **indépendantes**

1) x et y sont des réels.

Déterminer x et y tels que $2x + iy - i(x + iy) = 3 - i$

2) Mettre les nombres complexes z_1 et z_2 sous leur forme algébrique, puis sous leur forme trigonométrique.

(Une lecture graphique **justifiée** est suffisante)

$$z_1 = \frac{1+i}{1-i} - 2i \qquad z_2 = \frac{1}{1-3i} + \frac{1}{1+3i}$$

3) Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes:

a) $i(z + 1) + 2 + 3i = z$

b) $z^2 + 9 = 0$

