### *Exercice 1*

**Petit formulaire:**

***Dérivées et opérations sur les fonctions***

$u$ et $v$ étant des fonctions dérivables sur un intervalle $I$, et, $k$ étant un réel,
Somme $(u + v)= u' + v'$
Produit: $(ku)' = k u'$ $\quad$ $(uv)' = u'v + v'u$
Quotient: Sur les intervalles où $v$ ne s'annule pas: $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v-v'u}{v^2}$

***Dérivées et fonctions composées:***

$u$ étant une fonction dérivable sur un intervalle $I$, $n \in \mathbb{Z}^*$.
$(u^n)' = n\, u' \times u^{n-1}$ $\quad$ $(\sin \circ u)' = u' \times \cos \circ u$ $\quad$ $(\cos \circ u)' = -u' \times \sin \circ u$ $\quad$ $(e^u)' = u'\, e^u$
$u > 0$ sur $I$, $\sqrt{u}\ ' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
Sur les intervalles où $u$ ne s'annule pas: $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = \dfrac{-u'}{u^2}$

**Questions:**

1) Calculer les dérivées des fonctions suivantes définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.
(***Ne pas chercher à réduire les expressions***, l'objectif étant de contrôler l'utilisation des formules)

$f : x \mapsto \sqrt{x^2+1}$ ; $\quad$ $g : x \mapsto \dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}$ ; $\quad$ $h : x \mapsto \dfrac{\sin x+2}{\cos(x^2)+4}$

2) Vrai- Faux (Justifier la réponse)
La fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{2x^2+1}$ est une solution de l'équation différentielle $y' + 4y = (2x + 1)^2\, e^{2x^2+1}$
3) Vrai- Faux (Justifier la réponse)
La fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{2x^2+1}$ est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$
3) Vrai- Faux (Justifier la réponse)
La fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{2x^2+1}$ est négative sur $]-\infty; 0]$ et positive sur $[0; +\infty[$

---

### *Exercice 2*

#### *Partie I- Restitution Organisée des Connaissances*

***Prérequis:***

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
$a$, $b$, $c$ et $d$ sont des nombres complexes.
$a \neq b$ et $c \neq d$, $a$, $b$, $c$ et $d$ étant les affixes respectives des points $A$, $B$, $C$, $D$ , on a:
$\arg\left(\dfrac{b-a}{d-c}\right) = (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AB})$ $[2\pi]$, et $\left|\left(\dfrac{b-a}{d-c}\right)\right| = \dfrac{AB}{CD}$
Les nombres complexes $z$ de module 1 et d'argument $\theta$ peuvent s'écrire $z = e^{i\theta}$

***Question:***

$r$ est la rotation de centre $\Omega$ d'affixe $\omega$ et d'angle $\theta$

Soit $M$ un point d'affixe $z$ et $M'$ d'affixe $z'$, démontrer que $z' = e^{i\theta}(z - \omega) + \omega$.

***Partie II-***

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O\,;\vec{u}\,,\vec{v})$. (unité graphique : 2cm)
Le point $A$ a pour affixe $a = -2\mathrm{i}$, le point $B$ a pour affixe $b = -\sqrt{3} + \mathrm{i}$, le point $C$ a pour affixe $c = \sqrt{3} + \mathrm{i}$
1) Donner les écritures exponentielles des nombres $a$, $b$ et $c$.
2) Montrer que les points $A$, $B$, $C$ sont sur un cercle $\Gamma$ dont on précisera le centre et le rayon.
3) Faire une figure en plaçant $A$ et $\Gamma$, puis construire $B$ et $C$.
4) a) Montrer que $\dfrac{b-a}{c-a} = \dfrac{1+\sqrt{3}\,\mathrm{i}}{2}$.
   b) Interpréter géométriquement ce résultat en terme de rotation.
   c) Quelle est la nature du triangle $ABC$?
5) Soit $t$ la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.
   a) Déterminer l'affixe $d$ du point image de $C$ par $t$.
   b) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?
   c) Sans aucun calcul, prouver que $\dfrac{c-a}{d-b}$ est un imaginaire pur.

---

**Exercice 3**

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher: deux vertes et trois rouges.

(Dans chacune des parties, un arbre pondéré sera suffisant pour justifier les résultats)

***Partie I-***

On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

On note $X$ la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes figurant dans le tirage.

1- Vérifier que $P(X = 0) = \dfrac{3}{10}$ et déterminer la loi de probabilité de $X$.

2) Calculer $E(X)$

3) Sachant que l'on a tiré exactement une boule verte, quelle est la probabilité que cette boule verte soit la première tirée ?

***Partie II-***

On effectue deux tirages successifs d'une boule en respectant la règle suivante :

si la boule tirée est rouge, on la remet dans l'urne ; si elle est verte, on ne la remet pas.

On note $Y$ la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes figurant dans le tirage.

1- Déterminer la loi de probabilité de $Y$.

2) Calculer $E(Y)$

3) Sachant que l'on a tiré exactement une boule verte, quelle est la probabilité que cette boule verte soit la première tirée ?

---

**DM5 à rendre le lundi 6 janvier 2011**

A et B page 102; C page 222; E page 317

Tous ces exercices sont de es exercices type bac ... à travailler sérieusement ...