Exercice 1 *(Bac S septembre 2010 La Réunion)*

L'espace est rapporté au repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On considère les plans P et Q d'équations respectives : $x + y + z = 0$ et $2x + 3y + z - 4 = 0$
1) Montrer que l'intersection des plans P et Q est la droite D dont une représentation paramétrique est :
$\begin{cases} x=-4-2t \\ y=4+t \\ z=t \end{cases}$ où t est un nombre réel.
2) Soit λ un nombre réel. On considère le plan P_λ d'équation : $(1-\lambda)(x + y + z) + \lambda(2x + 3y + z - 4) = 0$
a) Vérifier que le vecteur $\vec{n}\,(1 + \lambda\ ;\ 1 + 2\lambda\ ;\ 1)$ est un vecteur normal du plan P_λ.
b) Donner une valeur du nombre réel λ pour laquelle les plans P et P_λ sont confondus.
c) Existe-t-il un nombre réel λ pour lequel les plans P et P_λ sont perpendiculaires ?

3) Déterminer une représentation paramétrique de la droite D', intersection des plans P et P_{-1}.
Montrer que les droites D et D' sont confondues.

4) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
On considère le point $A(1\ ;\ 1\ ;\ 1)$.
Déterminer la distance du point A à la droite D, c'est-à-dire la distance entre le point A et son projeté orthogonal sur la droite D.

Exercice 2

On se place dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$. (Une unité d'aire, notée *u.a* , est $\|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$)
I) Restitution organisée des connaissances.
C_f est la représentation dans ce repère d'une fonction f continue, croissante et positive sur un intervalle I.
a et b sont deux réels de I tels que $a < b$.
Soit t un réel de $]a\ ;\ b[$.
On note $\mathscr{A}(t)$ l'aire du domaine $\mathscr{D}$ délimité par les droites d'équations $x = a$, $x = t$, $y = 0$ et par la courbe C_f.

1) Faire une figure représentant ces données. (Vous pouvez annoter cette figure pour répondre à la question suivante).
2) a) Soit h un réel strictement positif tel que $t + h \in\ ]a\ ;\ b[$.
Montrer que $f(t) \leqslant \dfrac{\mathscr{A}(t+h)-\mathscr{A}(t)}{h} \leqslant f(t+h)$
b) Donner un encadrement de $\dfrac{\mathscr{A}(t+h)-\mathscr{A}(t)}{h}$ lorsque $h < 0$ et $t + h \in\ ]a\ ;\ b[$.
c) En déduire que la fonction $\mathscr{A}$ est dérivable sur $]a\ ;\ b[$ et donner sa dérivée.

II) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{2x}$
1) Vérifier que pour tout x réel, $f'(x) - e^{2x} = 2f(x)$
2) Étudier la variation de f sur $\mathbb{R}$. (L'étude des limites n'est pas demandée)
3) a) À partir du II-1/, déterminer une primitive F de f.
b) Calculer en *u.a*. l'aire du domaine $\mathscr{D}$ ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ tels que $0 \leqslant x \leqslant 1$ et $0 \leqslant y \leqslant f(x)$.
4) À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ et comparer le résultat avec le 3b/