Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

Matrices

Exercice 1 : **Question de cours :**

Soit $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ une matrice carrée d'ordre 2. Donner une condition nécessaire et suffisante pour que A soit inversible.

Exercice 2 : des calculs

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ et x un nombre réel.

I_2 est la matrice identité d'ordre 2.

1) On pose $B = A - xI_2$.

Écrire B en fonction de x.

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation d'inconnue x, $(2 - x)(4 - x) - 3 = 0$ (E).

b) On note α et β les solutions de l'équation (E).

Montrer que pour ces deux valeurs α et β, la matrice B n'est pas inversible.

3) On pose P = $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, D = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$.

À la calculatrice, calculer PDP^{-1}.

Exercice 3 un système

Soit le système (Σ) de trois équations à trois inconnues : (Σ) : $\begin{cases} 2x+3y-z=1 \\ x-y+z=1 \\ y+z=1 \end{cases}$.

On pose X = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et P = $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

1) Déterminer la matrice A telle que l'écriture matricielle du système (Σ) est : AX = P.

2) En déduire (à l'aide de la calculatrice), la matrice S donnant les solutions du système (Σ).

Diviseurs- PGCD

Exercice4

1) Décomposer 60 en un produit de facteurs premiers.

2) En déduire le nombre de diviseurs de 60.

Exercice 5

Soit $n \in \mathbb{N}$.

On pose $a = 2n^2 + n + 1$ et $b = n^2 + n + 1$.

1) Montrer que si d est un diviseur commun de a et b alors d est un diviseur de $n + 1$.

2) Montrer que si d est un diviseur commun de a et b alors d est un diviseur de n^2.

3) Montrer que si d est un diviseur commun de n^2 et $n + 1$ alors d vaut 1.

4) Quel est le PGDC(a ; b) ? justifier.

« Le savoir n'est jamais inutile. Seulement il se trouve qu'il faut apprendre un tas de choses inutiles avant de comprendre les choses utiles »
Jørn Riel in *La maison de mes pères*