Voici trois exercices où dans chaque exercice une erreur est commise …. la retrouver

Exercice 1 Où on montre que pour tout entier n*, on a : *n* + 1 = *n

Dans ce tableau les lignes sont équivalentes :

Lignes	Calculs	Commentaires
1	$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$	Développement de la somme d'un carré
2	$(n+1)^2 - (2n+1) = n^2$	On a ajouté $-(2n+1)$ aux deux membres de l'égalité
3	$(n+1)^2 - (2n+1) - n(2n+1) = n^2 - n(2n+1)$	On a ajouté $-n(2n+1)$ aux deux membres de l'égalité
4	$(n+1)^2 - (n+1)(2n+1) = n^2 - n(2n+1)$	On a factorisé $2n+1$ dans le membre de gauche
5	$(n+1)^2 - (n+1)(2n+1) + \frac{(2n+1)^2}{4}$ $= n^2 - n(2n+1) + \frac{(2n+1)^2}{4}$	On a ajouté aux deux membres $\frac{(2n+1)^2}{4}$ afin de faire apparaître le développement de $(a-b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2$
6	$\left[(n+1) - \frac{(2n+1)}{2}\right]^2 = \left[n - \frac{(2n+1)}{2}\right]^2$	On a deux nombres au carré, on prend alors la racine carrée ..
7	$(n+1) - \frac{2n+1}{2} = n - \frac{2n+1}{2}$	et en ajoutant $\frac{2n+1}{2}$ aux deux membres :
8	$n + 1 = n$	

Exercice 2 Où l'on prouve que 3 = 0

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + x + 1 = 0$

Dans ce tableau les lignes sont équivalentes :

Lignes	Calculs	Commentaires
1	$x^2 + x + 1 = 0$	0 n'est pas solution, on peut donc sans perdre de solutions, résoudre l'équation dans $\mathbb{R}^*$.
2	$x^2 + x = -1$	On a ajouté -1 aux deux membres de l'égalité
3	$x^3 + x^2 + x = 0$	Puisque $x \neq 0$, en multipliant par un réel non nul, on garde l'égalité de la ligne 1.

Lignes	Calculs	Commentaires
4	$x^2 + x = -x^3$	On a ajouté $-x^3$ aux deux membres de l'égalité
5	$-1 = -x^3$	Par transitivité de l'égalité (lignes 2 et 4)
6	**Cette dernière équation a pour unique solution le réel 1**	

Les lignes étant équivalentes, l'équation $x^2 + x + 1 = 0$ a pour solution 1, soit : $1^2 + 1 + 1 = 0$

Exercice 3 Où l'on prouve que la somme de nombres positifs est un nombre négatif.

Rappel de la méthode :

Pour calculer la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q ($q \neq 1$), on peut faire :

$S = 1 + q + q^2 + ... + q^n$ En multipliant les deux membres par q,

$qS = \quad q + q^2 + q^3 + ... + q^{n+1}$ En faisant la différence des deux égalités : $S - qS = 1 - q^{n+1}$

Ce qui permet de calculer S.

Applications :

1) On considère la suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$, et, on appelle S la somme des termes (infinis) ...,

soit : $S_1 = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + ...$ (infinité de termes)

$\frac{2}{3}\ S_1 = \qquad \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4 + ...$ (on retrouve tous les termes)

Par différence : $\frac{1}{3}\ S_1 = 1$, d'où, $S_1 = 3$

2) On considère la suite géométrique de raison $\frac{4}{3}$, et, on appelle S la somme des termes (infinis) ...,

soit : $S_2 = 1 + \frac{4}{3} + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^3 + ...$ (infinité de termes)

$\frac{4}{3}\ S_2 = \qquad \frac{4}{3} + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^3 + \left(\frac{4}{3}\right)^4 + ...$ (on retrouve tous les termes)

Par différence : $\frac{1}{3}\ S_2 = -1$, d'où, $S_2 = -3$