Index

Exercice 1 4 points

Une entreprise fabrique des lecteurs MP3, dont 6 % sont défectueux.

Chaque lecteur MP3 est soumis à une unité de contrôle dont la fiabilité n'est pas parfaite.

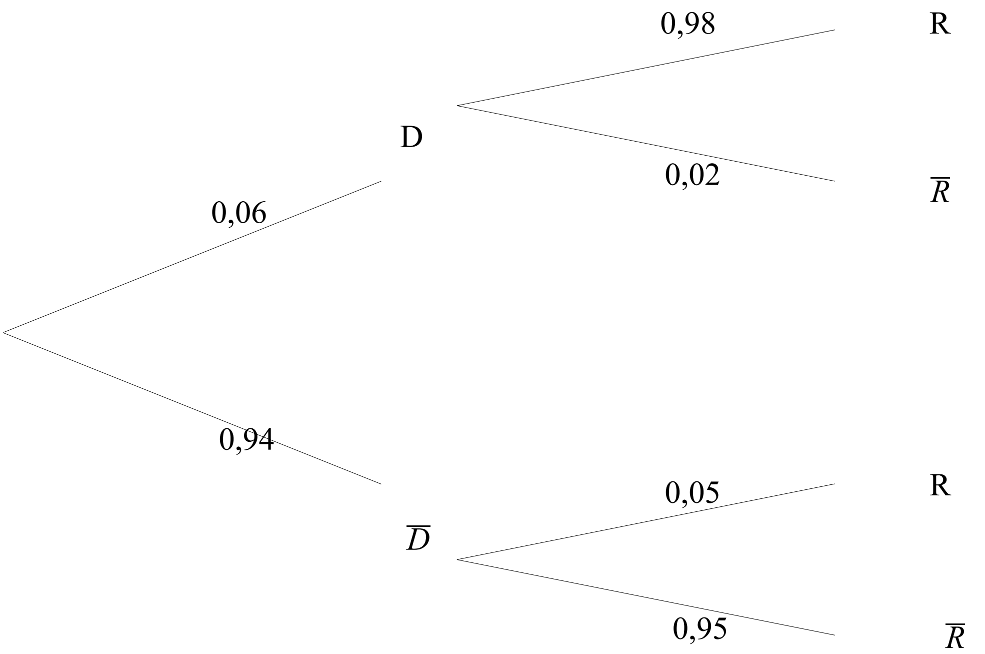
Cette unité de contrôle rejette 98 % des lecteurs MP3 défectueux et 5% des lecteurs MP3 fonctionnant correctement.

On note :

• D l'évènement : « le lecteur MP3 est défectueux » ;

• R l'évènement : « l'unité de contrôle rejette le lecteur MP3 ».

1. Faire un arbre pondéré sur lequel on indiquera les données qui précèdent.



2. a. Calculer la probabilité que le lecteur soit défectueux et ne soit pas rejeté.

On cherche $P(D \cap \overline{R}) = P(D) \times P_D(\overline{R}) = 0{,}06 \times (1 - 0{,}98) = 0{,}06 \times 0{,}02 = 0{,}001\,2$

b. On dit qu'il y a une erreur de contrôle lorsque le lecteur MP3 est rejeté alors qu'il n'est pas défectueux, ou qu'il n'est pas rejeté alors qu'il est défectueux.

Calculer la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle.

On cherche $P(D \cap \overline{R}) + P(\overline{D} \cap R) = 0{,}0012 + 0{,}94 \times 0{,}05 = 0{,}482$

3. Montrer que la probabilité qu'un lecteur MP3 ne soit pas rejeté est égale à 0,894 2.

$P(\overline{R}) = P(\overline{R} \cap D) + P(\overline{R} \cap \overline{D}) = 0{,}06 \times 0{,}02 + 0{,}94 \times 0{,}95 = 0{,}894\,2$

4. Quatre contrôles successifs indépendants sont maintenant réalisés pour savoir si un lecteur MP3 peut être *commercialisé.*

Un lecteur MP3 est :

• commercialisé avec le logo de l'entreprise s'il subit avec succès les quatre contrôles successifs,

• détruit s'il est rejeté au moins deux fois,

• commercialisé sans le logo sinon.

Le coût de fabrication d'un lecteur MP3 s'élève à 50 €.

Son prix de vente est de 120 € pour un lecteur avec logo et 60 € pour un lecteur sans logo.

On désigne par G la variable aléatoire qui, à chaque lecteur MP3 fabriqué, associe le gain algébrique en euros (éventuellement négatif) réalisé par l'entreprise.

a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire G.

G prend les valeurs:

–50 (détruit) quand il est rejeté deux fois ou trois fois ou quatre fois,

10 (vendu sans logo) quand il est rejeté une fois,

70 (vendu avec logo) quand il n'est rejeté à aucun contrôle

Les contrôles étant indépendants et successifs, la probabilité d'un succès au contrôle étant 0,894 2, la probabilité de passer un contrôle avec succès suit la loi binomiale $\mathscr{B}(4; 0,8942)$

$$P(G = 70) = \binom{4}{4} 0,8942^4 \, (1-0,8492)^0 = 0,8942^4 \approx 0,6393 \ldots$$

$$P(G = 10) = \binom{4}{3} 0,8942^3 \, (1-0,8492) = 4 \times 0,8942^3 \times 0,1058 \approx 0,3025 \ldots$$

$P(G = -50) = 1 - P(G = 70) - P(G = 10) \approx 0,05806 \ldots$

ou encore

$$P(G = -50) = \binom{4}{2} 0,8942^2 \, (1-0,8492)^2 + \binom{4}{1} 0,8942^1 \, (1-0,8942)^3 + \binom{4}{0} 0,8942^0 \, (1-0,8492)^4$$

$$= 6 \times 0,8942^2 \times 0,1058^2 + 4 \times 0,8942 \times 0,1058^3 + 0,1058^4$$

b. Calculer à 10^{-2} près l'espérance mathématique de G. Donner une interprétation de ce résultat.

$E(G) = 70 \times 0,8942^4 + 10 \times 4 \times 0,8942^3 \times 0,1058 - 50 \times (1 - (0,8942^4 + 4 \times 0,8942^3 \times 0,1058)) \approx 44,88$ à 10^{-2} près par excès.(calculs à vérifier)

En moyenne, l'entreprise réalise un bénéfice d'environ 45 € par vente de MP3.

Exercice 2 5 points

Partie A : Restitution organisée de connaissances

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct.

On supposera connus les résultats suivants :

• Pour tous points A, B et C du plan d'affixes respectives a, b et c, avec $A \neq C$ et $A \neq B$:

$$\left|\frac{b-a}{c-a}\right| = \frac{AB}{AC}$$

et $\arg\left(\frac{b-a}{c-a}\right) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) + 2k\pi$ *où k est un entier relatif.*

• Soit z un nombre complexe et soit θ un nombre réel :

$z = e^{i\theta}$ *si et seulement si* $|z| = 1$ *et* $\arg(z) = \theta + k \times 2\pi$ *où k est un entier relatif.*

*Démontrer que la rotation r d'angle α et de centre **Ω** d' affixe ω est la transformation du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que :* $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$.

Soit M un point distinct de Ω. Son image M' par r est définie par $\begin{cases} (\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) = \alpha[2\pi] \\ \Omega M = \Omega M' \end{cases}$

On a donc: $\frac{\Omega M'}{\Omega M} = 1$

D'après les prérequis, le nombre complexe $\frac{z'-\omega}{z-\omega}$ est le nombre complexe de module 1 et d'argument α, d'où,

pour $z \neq \omega$, $\frac{z'-\omega}{z-\omega} = e^{i\alpha}$, soit, $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$.

La relation reste vraie lorsque $M = \Omega$, puisqu'on a: si $z = \omega$ alors $z' = \omega$.

Partie B

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$*, unité graphique 1 cm.*

Soit f l'application qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que :

$z' = iz + 4 + 4i$.

*1. a. Déterminer l'affixe ω du point **Ω** tel que f (**Ω**) =**Ω***

On résout: $z = iz + 4 + 4i$

$z = iz + 4 + 4i$ si et seulement si $z(1 - i) = 4(1 + i)$ si et seulement si $z = \frac{4(1+i)}{1-i} = \frac{4(1+i)^2}{2} = 4i$

L'équation a pour unique solution le nombre $\omega = 4i$

b. Montrer que, pour tout nombre complexe z on a : $z' - 4i = i(z - 4i)$.

$z' - 4i = iz + 4 = i(z - 4i)$, car, $4i^2 = -4$.

c. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

Comme i est le nombre complexe e module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$, on reconnaît l'écriture complexe de la rotation de centre Ω d'affixe 4i et d'angle $\frac{\pi}{2}$

2. On note A et B les points d'affixes respectives $a = 4 - 2i$ et $b = -4 + 6i$.

a. Placer les points A, B et Ω sur une figure que l'on complètera au fur et à mesure des questions.

Voir figure ci-dessous

b. Déterminer les affixes des points A' et B' images respectives des points A et B par f.

a' l'affixe de A' est $a' = \mathrm{i}(4 - 2\mathrm{i}) + 4 + 4\mathrm{i} = 6 + 8\mathrm{i}$
b' l'affixe de B' est $b' = \mathrm{i}(-4 + 6\mathrm{i}) + 4 + 4\mathrm{i} = -2$

3. On appelle m, n, p et q les affixes des points M N, P et Q, milieux respectifs des segments [AA'], [A'B], [BB'] et [B'A].

a. Déterminer m. On admettra que $n = 1 + 7i$, $p = -3 + 3i$ et $q = 1 - i$.

$m = \dfrac{a+a'}{2} = \dfrac{4-2\mathrm{i}+6+8\mathrm{i}}{2} = 5 + 3\mathrm{i}$

b. Démontrer que MNPQ est un parallélogramme.

L'affixe de $\overrightarrow{MN}$ est $z_{\overrightarrow{MN}} = 1 + 7\mathrm{i} - (5 + 3\mathrm{i}) = -4 + 4\mathrm{i}$

L'affixe de $\overrightarrow{QP}$ est $z_{\overrightarrow{QP}} = -3 + 3\mathrm{i} - (1 - \mathrm{i}) = -4 + 4\mathrm{i}$

Comme $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$, le quadrilatère *MNPQ* est un parallélogramme.

c. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $\dfrac{q-m}{n-m}$.

$$\frac{q-m}{n-m} = \frac{1-\mathrm{i}-(5+3\mathrm{i})}{1+7\mathrm{i}-(5+3\mathrm{i})} = \frac{-4-4\mathrm{i}}{-4+4\mathrm{i}} = \frac{4\mathrm{i}(-1+\mathrm{i})}{4(-1+\mathrm{i})} = \mathrm{i}$$

On a donc: $q - m = \mathrm{i}(n - m)$.

Le point Q est l'image du point N dans la rotation de centre M est d'angle $\dfrac{\pi}{2}$, d'où, $MN = MQ$ et $(MN) \perp (MQ)$.

En déduire la nature du quadrilatère MNPQ.

Le parallélogramme *MNPQ* ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.

Le parallélogramme *MNPQ* ayant deux côtés consécutifs perpendiculaires est un rectangle.

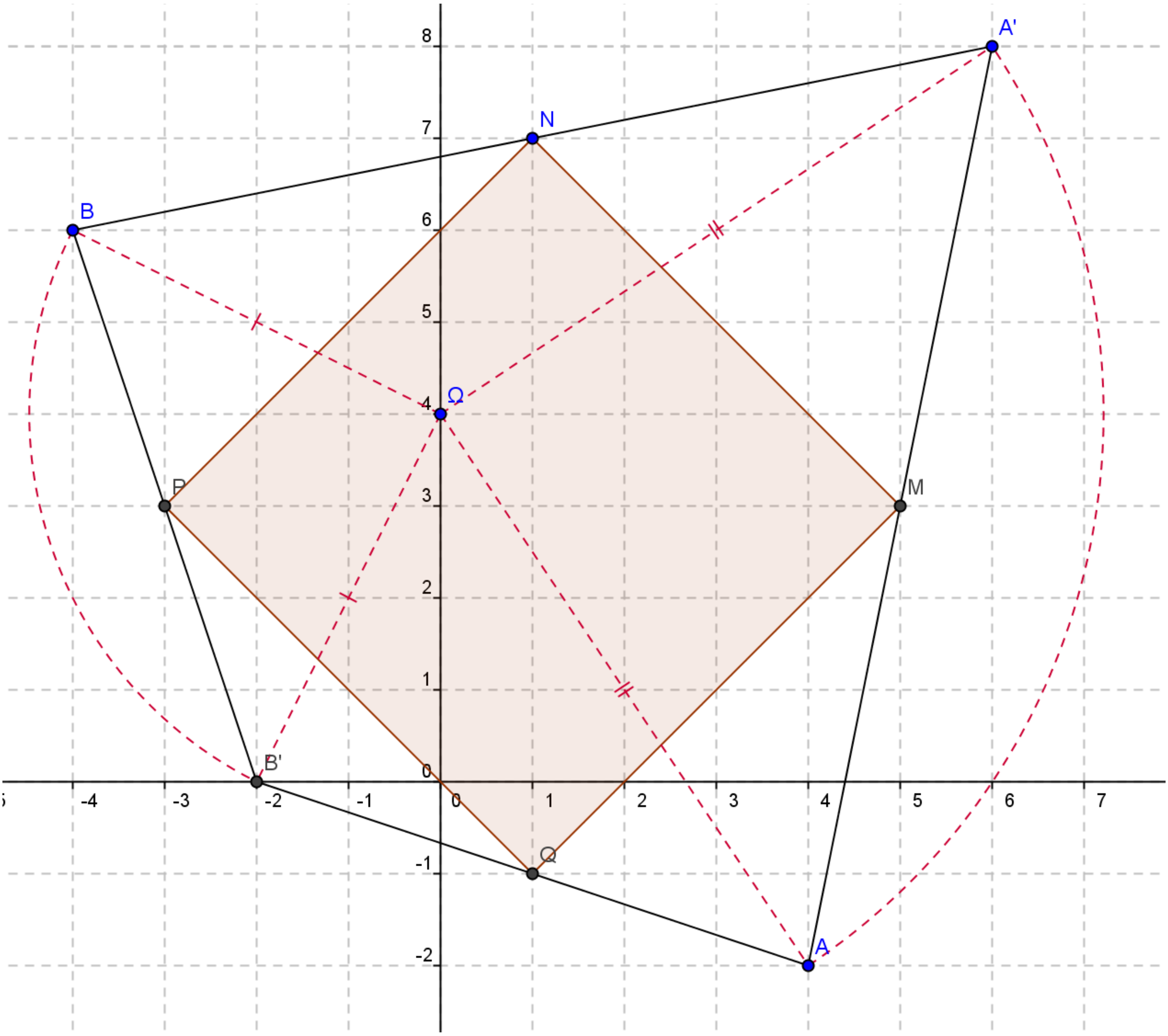
Le parallélogramme *MNPQ* est un carré.

4. Démontrer que les droites (B'A) et (ΩN) sont perpendiculaires.

Par exemple avec le produit scalaire:

$$\overrightarrow{B'A}\begin{pmatrix}4-(-2)\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{\Omega N}\begin{pmatrix}1\\7-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix},$$

comme $6\times 1 + (-2)\times 3 = 0$, les vecteurs $\overrightarrow{B'A}$ et $\overrightarrow{\Omega N}$ sont orthogonaux.



Exercice 3 ***5 points***

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(\mathrm{O}; \vec{\mathrm{i}}, \vec{\mathrm{j}}, \vec{\mathrm{k}})$.

On considère les points : A(1 ; −1 ; 3), B(0 ; 3 ; 1), C(6 ; −7 ; −1), D(2 ; 1 ; 3) et E(4 ; −6 ; 2).

1. a. Montrer que le barycentre du système {(A, 2), (B,−1), (C, 1)} est le point E.

Le barycentre G du système $\{(A, 2), (B, -1), (C, 1)\}$ est défini par: $(2 - 1 + 1)\ \overrightarrow{OG} = 2\ \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, d'où, Les coordonnées de G sont: $\begin{cases} x_G = \dfrac{2\times 1 - 0 + 6}{2} \\ y_G = \dfrac{2\times(-1) - 3 - 7}{2} \\ z_G = \dfrac{2\times 3 - 1 - 1}{2} \end{cases}$, soit: $\begin{cases} x_G = 4 \\ y_G = -6 \\ z_G = 2 \end{cases}$. On retrouve les coordonnées du point E.

b. En déduire l'ensemble Γ des points M de l'espace tels que $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{21}$.

D'après la relation fondamentale du barycentre, pour tout point M de l'espace:

$2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (2 - 1 + 1)\overrightarrow{ME} = 2\overrightarrow{ME}$.

L'égalité $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{21}$ équivaut à $\|2\overrightarrow{ME}\| = 2\sqrt{21}$ équivaut à $ME = \sqrt{21}$

L'ensemble Γ des points M de l'espace tels que $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{21}$ .est la sphère de centre E et de rayon $\sqrt{21}$

2. a. Montrer que les points A, B et D définissent un plan.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\4\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$ n'étant pas colinéaires (par exemple, la troisième coordonnée $-2\times k = 0$ si et seulement si $k = 0$), les points A, B, D ne sont pas alignés et définissent donc un plan.

b. Montrer que la droite (EC) est orthogonale au plan (ABD).

$\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}2\\-1\\-3\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{AB} = -1\times 2 + 4\times(-1) + (-2)\times(-3) = 0$ et $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{AD} = 1\times 2 + 2\times(-1) + 0\times(-3) = 0$

Les produits scalaires étant nuls, le vecteur $\overrightarrow{EC}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABD), donc, la droite (EC) est orthogonale au plan (ABD).

c. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABD).

Pour tout point $M(x; y; z)$ du plan (ABD), on a: $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{EC} = 0$, d'où, $2(x - 1) + (-1)(y - (-1) + (-3)(z - 3) = 0$

$2x - y - 3z + 6 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABD).

3. a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EC).

Pour tout point $M(x; y; z)$ de la droite (EC), on a: $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{EM}$ colinéaires.

Il existe donc un réel t tel que $\overrightarrow{EM} = t\,\overrightarrow{EC}$, soit: $\begin{cases} x - 4 = 2t \\ y - (-6) = -t \\ z - 2 = -3t \end{cases}$.

$\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6-t \\ z=2-3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de la droite (EC).

b. Déterminer les coordonnées du point F intersection de la droite (EC) et du plan (ABD).

Les coordonnées de F sont solutions de $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6-t \\ z=2-3t \\ 2x-y-3z+6=0 \end{cases}$ qui équivaut à

$\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6-t \\ z=2+3t \\ 2(4+2t)-(-6-t)-3(2-3t)+6=0 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} 14t=-14 \\ x=4+2t \\ y=-6-t \\ z=2-3t \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} t=-1 \\ x=2 \\ y=-5 \\ z=5 \end{cases}$

Le point F a pour coordonnées (2; –5; 5)

4. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Montrer que le plan (ABD) et l'ensemble Γ, déterminé à la question 1., sont sécants. Préciser les éléments caractéristiques de cette intersection.

La distance de E à (ABD) est $d = \dfrac{|2\times 4-(-6)-3\times 2+6|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-3)^2}} = \dfrac{14}{\sqrt{14}} = \sqrt{14}$

Comme $\sqrt{14} < \sqrt{21}$ (rayon de la sphère Γ de centre E), le plan (ABD) et Γ sont sécants.

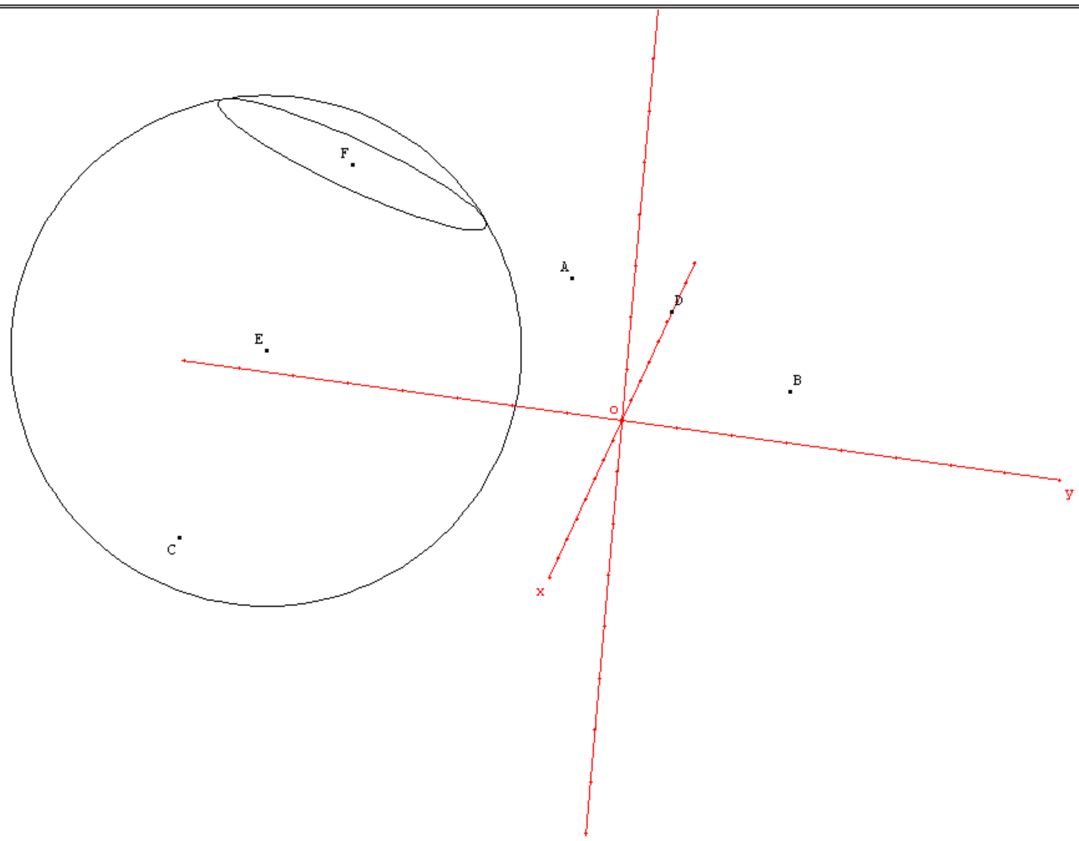
Leur intersection est un cercle.

Le centre du cercle est un point de (ABD) tel que la droite des centres est orthogonale à ce plan. C'est donc le point F.

D'après le théorème de Pythagore, le rayon r de ce cercle est tel que $R^2 = EF^2 + r^2$ où R est le rayon de la sphère.

$r^2 = 21 - 14 = 7$, d'où, $r = \sqrt{7}$

F:(2,-5,5) ABD: 2X -Y -3Z = -6



Exercice 4 *6 points*

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Partie A

La courbe (C), donnée en annexe, , est la courbe représentative d'une fonction f dérivable sur [0 ; +∞[, de fonction dérivée f' continue sur [0 ; +∞[.

La courbe (C) passe par les points O et A (1; $\frac{1}{2\mathrm{e}}$ *) et, sur [0 ; 1], elle est au dessus du segment [OA].*

1. Montrer que $\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2\mathrm{e}}$.

D'après les données, la fonction dérivée f' est continue, donc, l'intégrale existe, et, une primitive de f' est f.

La courbe de f passe par O, d'où, $f(0) = 0$

La courbe de f passe par A, d'où, $f(1) = \frac{1}{2\mathrm{e}}$

$$\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x = \left[f(x)\right]_0^1 = f(1) - f(0) = \frac{1}{2\mathrm{e}} - 0 = \frac{1}{2\mathrm{e}}$$

2. Montrer que $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant \frac{1}{4\mathrm{e}}$.

D'après les données, la courbe de *f* est au-dessus de (*OA*) sur [0; 1].

Donc, *f* est positive et $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ est l'aire en unité d'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$ et la courbe (*C*).

Cette aire est supérieure à celle du triangle délimitée par le segment [O*A*], l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 1$.

L'aire du triangle vaut: $\mathscr{A} = \frac{1 \times f(1)}{2} = \frac{1}{4\mathrm{e}}$

On a bien: $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant \frac{1}{4\mathrm{e}}$.

Partie B

On sait désormais que la fonction f considérée dans la partie A est définie sur [0 ; +∞[par :

$f(x) = \frac{x e^{-x}}{x^2+1}$.

1. Déterminer la limite de f en +∞. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

$f(x) = \frac{x e^{-x}}{x^2+1} = \frac{x}{\mathrm{e}^x} \times \frac{1}{x^2+1}$

Or, on sait (croissance comparée): $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$, d'où, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{\mathrm{e}^x} = 0$.

Comme $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2+1} = 0$, il vient: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

La droite d'équation $y = 0$ (axe des abscisses) est asymptote à (*C*).

2. On considère la fonction g définie sur [0 ; +∞[par : $g(x) = x^3 + x^2 + x - 1$.

Établir que l'équation g (x) = 0 admet une solution unique α dans l'intervalle [0 ; +∞[.

g est un polynôme dérivable sur [0; +∞[,
pour tout $x \geqslant 0$, $g'(x) = 3x^2 + 2x + 1$ qui est strictement positif sur [0; +∞[.
$g(0) = -1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$.
g est une fonction strictement croissante qui réalise une bijection de [0; +∞[sur [–1; +∞[.
Comme $0 \in [-1; +\infty[$, il existe une et une seule solution $\alpha \in [0; +\infty[$ à l'équation $g(x) = 0$.

3. a. Montrer que pour tout x de [0 ; +∞[, f'(x) et g (x) sont de signes contraires.

f est le quotient de deux fonctions dérivables *u* et *v* sur [0; +∞[.
u est le produit de $x \mapsto x$ par $x \mapsto \mathrm{e}^{-x}$, d'où, $u'(x) = 1 \times \mathrm{e}^{-x} + (-1)\,\mathrm{e}^{-x} \times x = \mathrm{e}^{-x}(1 - x)$

$$f'(x) = \frac{\mathrm{e}^{-x}(1-x)(x^2+1)-2x\times x\times \mathrm{e}^{-x}}{(x^2+1)^2} = \frac{-e^{-x}\left[(-1+x)(x^2+1)-2\mathrm{x}^2\right]}{(x^2+1)^2} =$$

Or, $(-1 + x)(x^2 + 1) + 2x^2 = -x^2 - 1 + x^3 + x + 2x^2 = x^3 + x^2 + x - 1 = g(x)$.

Donc, $f'(x) = \dfrac{-e^{-x}g(x)}{(x^2+1)^2}$ Comme $\mathrm{e}^{-x} > 0$ et $x^2 + 1 > 0$, $f'(x)$ et $g(x)$ sont de signes contraires.

b. En déduire les variations de f sur [0 ; +∞[.

On a montré au 2): $g(\alpha) = 0$,

g étant strictement croissante sur $[0; +\infty[$, on a: Si $0 \leqslant x \leqslant \alpha$ alors $g(x) \leqslant g(\alpha)$, soit: $g(x) \leqslant 0$.
$f'(x)$ est donc positif sur $[0; \alpha]$ et f est strictement croissante sur $[0; \alpha]$
On montre de même : $g(x) \geqslant 0$ sur $[\alpha; +\infty[$, puis, $f'(x) \leqslant 0$ sur cet intervalle et par conséquent, f est décroissante sur $[\alpha; +\infty[$.

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$f(\alpha)$	↘	0

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \displaystyle\int_n^{2n} f(x)\,\mathrm{d}x$.

a. Montrer que pour tout x de [0 ; +∞[, $0 \leqslant \dfrac{x}{x^2+1} \leqslant \dfrac{1}{2}$.

Pour $x \geqslant 0$, il est évident que $0 \leqslant \dfrac{x}{x^2+1}$.

Pour étudier l'inégalité $\dfrac{x}{x^2+1} \leqslant \dfrac{1}{2}$, on peut étudier le signe de la différence:

$\dfrac{x}{x^2+1} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{2x-x^2-1}{2(x^2+1)} = \dfrac{-(x^2-2x+1)}{2(x^2+1)} = \dfrac{-(x-1)^2}{2(x^2+1)}$ qui est de façon évidente une expression négative.

$$\frac{x}{x^2+1} - \frac{1}{2} \leqslant 0 \Leftrightarrow \frac{x}{x^2+1} \leqslant \frac{1}{2}$$

b. Montrer que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_n \leqslant \dfrac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{-n} - \mathrm{e}^{-2n}\right)$.

Puisque $\mathrm{e}^{-x} > 0$, on déduit du 4a):

$0 \leqslant \dfrac{x}{x^2+1}\mathrm{e}^{-x} \leqslant \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x}$, soit, $0 \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x}$.

Comme $n \leqslant 2n$ et comme l'intégrale conserve l'ordre, on a:

$$0 \leqslant \int_n^{2n} f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_n^{2n} \frac{\mathrm{e}^{-x}}{2}\,\mathrm{d}x$$

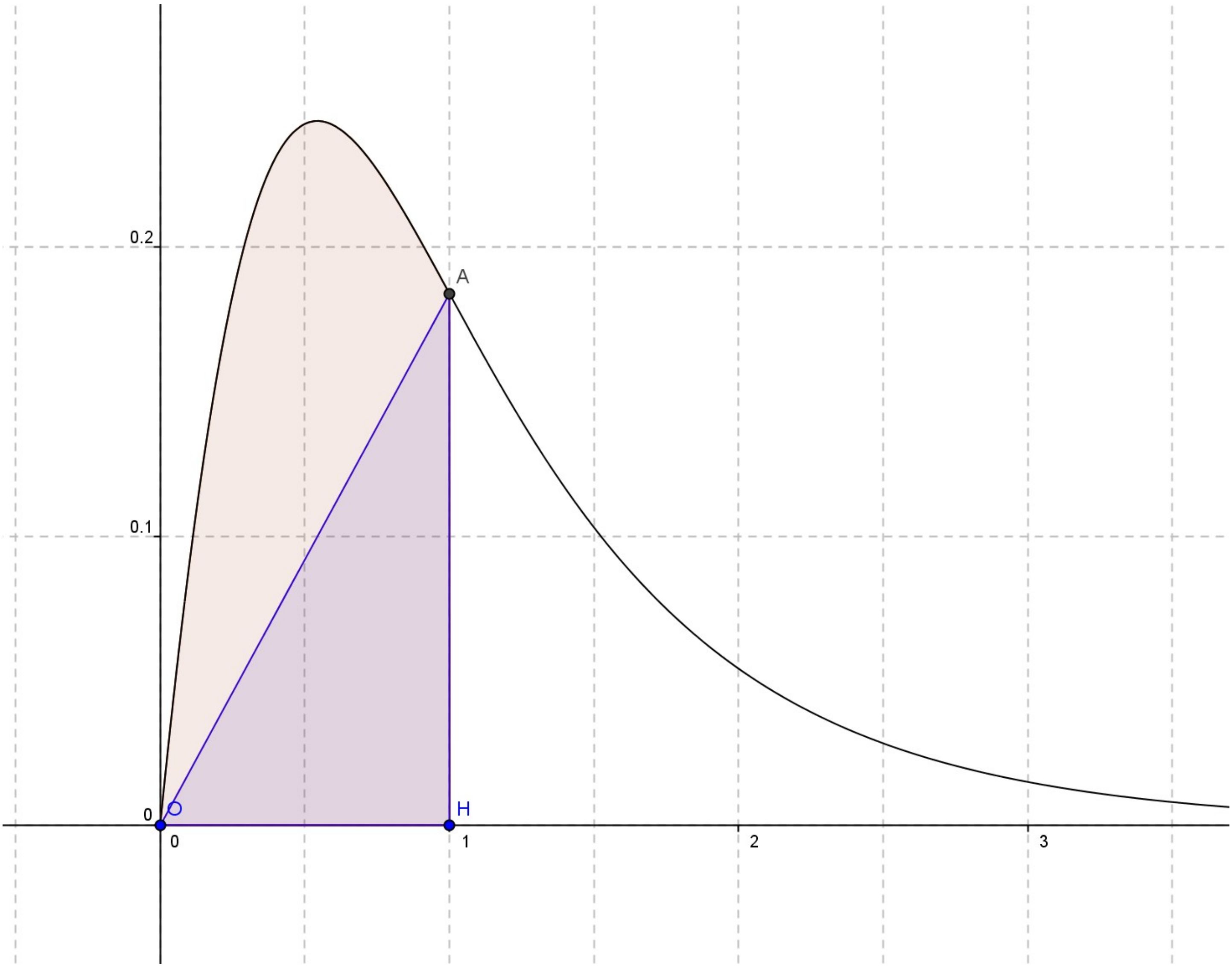
Une primitive de $x \mapsto \mathrm{e}^{-x}$ est $x \mapsto -e^{-x}$, d'où,

$0 \leqslant u_n \leqslant \frac{1}{2}\left[-\mathrm{e}^{-x}\right]_n^{2n}$, soit,

pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_n \leqslant \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-n} - \mathrm{e}^{-2n})$.

c. En déduire la limite de un quand n tend vers +∞.

Comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathrm{e}^{-n} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathrm{e}^{-2n} = 0$, le théorème des gendarmes permet de conclure que la (u_n) converge vers 0.



ANNEXE

Exercice 4

Cette page ne sera pas à rendre avec la copie