

Index

I- Définition.....	1
I-1 Rappel.....	1
I-2 Définition:.....	1
II- Propriété: fonction impaire.....	1
II-1 Observation.....	1
II-2 Définition:.....	2
II-3 Interprétation graphique d'une fonction impaire.....	2
III- Sens de variation de la fonction inverse.....	2
III-1 Rappel:.....	2
III-2 Méthode.....	2
III-3 Calculs:.....	2
III-4 Résumé dans un tableau.....	2
III-5 À remarquer:.....	3
IV- Représentation graphique de la fonction inverse.....	3
IV-1 Tableau de valeurs:.....	3
IV-2 Graphique.....	3
V- Utilisation de la fonction inverse.....	3
V-1 Pour étudier certaines fonctions où intervient la fonction inverse.....	3
V-2 Pour étudier certaines inéquations où intervient l'inverse d'un nombre.....	3
V-3 Pour encadrer l'inverse d'un nombre.....	3
V-3-1 Encadrement de l'inverse d'un nombre.....	3
V-3-2 Encadrement de l'inverse d'une expression.....	3

I- Définition

I-1 Rappel

Écrire les inverses des nombres suivants:

nombre	1	-1	0,5	0,25	-0,25	0,7	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{7}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}+1$
son inverse										

Existe-t-il des réels qui n'ont pas d'inverse? Si oui, le(s)quel(s)?.....

Soit x un réel, son inverse est le réel

Le produit d'un réel par son inverse est égal à

Que peut-on dire des signes d'un réel et de son inverse?

I-2 Définition:

La fonction inverse est la fonction définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ (noté aussi $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ou \mathbb{R}^*), qui, à un réel non nul, associe son inverse.

On note $x \mapsto \frac{1}{x}$ ou $t \mapsto \frac{1}{t}$ ou ...

II- Propriété: fonction impaire

II-1 Observation

On note f la fonction inverse

Trouver une relation entre $f(-x)$ et $f(x)$

II-2 Définition:

On dit qu'une fonction f est une fonction impaire lorsqu'elle vérifie la propriété suivante:

Si $x \in E_f$ alors $-x \in E_f$ et $f(-x) = -f(x)$

Conséquence: la fonction inverse est une fonction impaire

II-3 Interprétation graphique d'une fonction impaire

Soit f une fonction impaire.

Dans un repère orthogonal, placer un point M quelconque. On suppose que M est un point de C_f d'abscisse x .

Quelle est l'ordonnée de M ?.....

Construire le point $M'(-x; f(-x))$.

Que peut-on dire de M et M' ?

Résultat:

Lorsqu'une fonction f est impaire, sa représentation graphique C_f dans un repère est

(La réciproque est vraie)

III- Sens de variation de la fonction inverse.

III-1 Rappel:

On étudie toujours les variations d'une fonction sur un intervalle.

Conséquence: on doit étudier la variation de la fonction inverse d'une part sur et d'autre part sur

III-2 Méthode

On choisit deux réels a et b sur tels que $a < b$ et on cherche le signe de $f(b) - f(a)$.

III-3 Calculs:

On note f la fonction inverse

Soit $0 < a < b, f(b) - f(a) =$

Comme a et b, le produit ab est

Comme $a < b$, la différence $a - b$ est

Finalement: le quotient est

Synthèse:

On a montré: Si $0 < a < b$ alors $f(a)$ $f(b)$

Conclusion: la fonction inverse est sur

Qu'est-ce qui change quand on étudie la variation de la fonction inverse sur $]-\infty; 0[$?

III-4 Résumé dans un tableau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$			

La double-barre signifie que la fonction n'est pas définie en 0.
 Cette double-barre est infranchissable

III-5 À remarquer:

Montrer sur un exemple que la phrase : "la fonction inverse est strictement décroissante" n'a pas de sens.
 Compléter la phrase pour qu'elle ait un sens:
 la fonction inverse est strictement décroissante

IV- Représentation graphique de la fonction inverse.

IV-1 Tableau de valeurs:

x	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	1	2	4	5
$\frac{1}{x}$								

IV-2 Graphique

La représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ de la fonction inverse est une **hyperbole** de centre $O(0;0)$ d'équation $y = \frac{1}{x}$
 Les axes de coordonnées sont les asymptotes de cette hyperbole.

V- Utilisation de la fonction inverse

V-1 Pour étudier certaines fonctions où intervient la fonction inverse.

Exemple Étudier la variation de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$ sur $] -\infty; 2[$, puis sur $]2; +\infty[$.

V-2 Pour étudier certaines inéquations où intervient l'inverse d'un nombre

Exemple: Résoudre dans \mathbb{R}

- a) $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{x} > -\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{x} \leq 4$ d) $\frac{1}{x-1} \leq 4$

V-3 Pour encadrer l'inverse d'un nombre

V-3-1 Encadrement de l'inverse d'un nombre

Encadrer lorsque c'est possible le nombre $\frac{1}{x}$ (en justifiant)

- a) $\frac{1}{5} \leq x \leq 2$ b) $-5 \leq x < -\frac{3}{4}$ c) $-2 \leq x \leq 4$

V-3-2 Encadrement de l'inverse d'une expression

Encadrer $\frac{1}{x+5}$ lorsque a) $x \in [-3; 2]$ b) $x \in [-10; -6]$