Table des matières

Dans la première partie, quelques exercices permettant d'aborder les opérations sur les pourcentages...

Dans la seconde partie, les définitions et propriétés utiles

Dans la troisième partie, des exemples supplémentaires.

I- Des questions en vrac

I-1- Peut-on ajouter des pourcentages?

I-1-1- Exemple 1

Une entreprise emploie 10% de femmes.

35% de femmes sont des cadres et 12% des hommes sont des cadres.

Quel est le pourcentage de cadres dans cette entreprise?

I-1-2- Exemple 2

Dans une classe de 1ES, 90% des élèves sont des demi-pensionnaires et 60% des demi-pensionnaires sont des filles.

Quel est le pourcentage de filles demi-pensionnaires dans cette classe?

I-1-3- Exemple 3

Dans une classe de 1ES, les deux LV1 sont allemand et anglais.

30% des élèves sont des garçons anglais LV1 et 15% des élèves sont des garçons allemand LV1.

Quel est le pourcentage de garçons dans cette classe?

I-1-4- Exemple 4

Dans une classe de 1ES, un sondage révèle que 30% des élèves sont des garçons lisant l'équipe et 15% des élèves sont des garçons lisant Ouest-France. Que peut-on conclure?

I-2- Pourcentages successifs. Comment connaître le pourcentage d'évolution final?

I-2-1 Exemple 5

Le prix du litre de gazole était de 1,279 €.

Pendant un mois, il a subi les évolutions successives suivantes:

augmentations de 2%, puis de 3%, puis diminution de 1%, puis augmentation de 2%, puis diminutions de 3%, puis de 1%.

Quel est le prix final?

Quel est le pourcentage d'évolution du prix sur ce mois?

I-2-2- Exemple 6

Le taux de chômage a augmenté de 2%. De combien doit-il baisser pour revenir au taux initial?

I-3- Un chiffre d'affaires qui augmente et un pourcentage d'évolution qui diminue. Est-ce possible?

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires en millions d'euros d'une entreprise.

Calculer le pourcentage d'évolution du C.A. chaque année.

année	2002	2003	2004	2005
C.A. en M€	15	18	21	24

I-4- Pourcentage de pourcentage?

Dans un groupe de personnes, 70% de ces personnes sont des hommes et parmi ces hommes 10% portent des lunettes. Quel est le pourcentage d'hommes à lunettes dans ce groupe?

I-5- Variations absolue ou relative. Indice. Coefficient multiplicateur. Quel lien avec un pourcentage?

I-5-1- Exemple 7

Une paire de chaussures coûtait 75 € (Valeur initiale: VI). Elle vaut maintenant 90 € (Valeur finale: VF)

Compléter le tableau suivant:

	Calculs	dans quelle unité	hausse ou baisse	Calcul littéral
Variation absolue				
Variation relative				
Indice base 100 $I_0 = 100$				
Coefficient multiplicateur				
Pourcentage d'évolution				

I-5-2- Exemple 8

Une ordinateur valait 800 € (Valeur initiale: VI). Il vaut maintenant 500 € (Valeur finale: VF)

Compléter le tableau suivant:

	Calculs	dans quelle unité	hausse ou baisse	Calcul littéral
Variation absolue				
Variation relative				
Indice base 100 $I_0 = 100$				
Coefficient multiplicateur				
Pourcentage d'évolution				

II- Des définitions et propriétés

II-1- Proportion

Soit l'égalité suivante: $\frac{5}{15} = \frac{7}{21}$

La part de 5 dans 15 est la même que celle de 7 dans 21.

II-1-1- Définition

Une proportion est une égalité entre des rapports. Une proportion implique au moins quatre nombres.

II-1-2- Propriété

b et d étant des nombres réels non nuls, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $ad = bc$

Conséquence:

Lorsqu'on connaît trois nombres dans une proportion, on peut calculer le quatrième nombre
Exemple:

Calculer x tel que $\frac{17}{x} = \frac{25}{13}$

On a: $25 \times x = 17 \times 13$, d'où $x = \frac{17 \times 13}{25} = 8{,}84$

Il est d'usage courant d'exprimer des proportions en termes de pourcentage

II-2- Pourcentages

II-2-1- Définition

Un pourcentage est une façon d'exprimer une proportion ou une fraction dans un ensemble en supposant que cet ensemble contient 100 éléments.

Exemple:

Dans une classe de 20 élèves, 45% des élèves sont des garçons.

Soit x le nombre (la part) de garçons dans cette classe, on a: $\frac{x}{20} = \frac{45}{100}$, soit: $x = 20 \times 0{,}45 = 9$

II-2-2- Pourcentage d'évolution et coefficient multiplicateur

Un pourcentage sert aussi à exprimer une évolution (hausse ou baisse).

Une quantité est passée d'une valeur (AV) à une autre valeur (NV).

L'ancienne valeur (AV) a été multipliée par un coefficient multiplicateur (CM) et on a la relation suivante:

NV = CM×AV ou encore CM = $\frac{NV}{AV}$

On note t % le taux de variation en pourcentage, on a alors:

La variation en pourcentage (pourcentage d'évolution) est: $\frac{NV - AV}{AV} \times 100 = t$ en cas de hausse.

$\frac{AV - NV}{AV} \times 100 = t$ en cas de baisse.

CM = $1 + \frac{t}{100}$ en cas de hausse

CM = $1 - \frac{t}{100}$ en cas de baisse.

II-3- Indice

Voici deux définitions (données dans un dictionnaire) au mot indice

Indice des prix: nombre exprimant le rapport entre le prix unitaire de certaines denrées et services à une période donnée et le prix de ces mêmes denrées et services à une période de référence.

Indice de construction:
[bât.] Indice déterminé par l'INSEE, qui rend compte trimestriellement du coût moyen de la construction (à

partir d'une base 100 au quatrième trimestre 1953, le coût de la construction était par exemple de 1006 au premier trimestre 1992).

De façon générale, une production P est associée à un indice I

et une production P' est associée à un indice I'.

On a alors: $\frac{P'}{P} = \frac{I'}{I}$.

Le pourcentage d'évolution est donné par $\frac{I'-I}{I}\times 100$

En pratique, on affecte l'indice 100 à une année de référence et en ce cas, on a directement le pourcentage d'évolution: $t = I' - 100$

III- Quelques exemples de calculs

III-1 Exemple résolu 1

Dans une ville de N électeurs, 30% se disent satisfaits de leur maire le 1er janvier, puis 36% se disent satisfaits le 1er juin.

Quel est le pourcentage d'évolution entre ces deux sondages?

Le nombre de satisfaits au 1er janvier est: $0{,}3\times N$

Le nombre de satisfaits au 1er juin est: $0{,}36\times N$

L'augmentation absolue vaut: $0{,}36N - 0{,}3N$

L'augmentation relative est: $\frac{0{,}36\times N-0{,}3\times N}{0{,}3\,N} = \frac{36-30}{30} = 0{,}2$

Le nombre de satisfaits entre les deux dates a augmenté de 20%

On peut vérifier: $0{,}3\times(1 + 0{,}2) = 0{,}36$

III-2- Exemple résolu 2

Une production augmente régulièrement chaque année d'une même quantité (variation absolue).

Comment varient les pourcentages d'augmentation?

L'année 0, on peut prendre une production de 100 qui augmente de x unités.

L'année 1, on a: $100 + x$

L'année 2, on a: $100 + 2x$

L'année 3, on a $100 + 3x$

Le pourcentage d'augmentation de l'année 0 à l'année 1 est x%

Le pourcentage d'augmentation de l'année 1 à l'année 2 est: $\frac{x}{100+x}$ %

Le pourcentage d'augmentation de l'année 2 à l'année 3 est: $\frac{x}{100+2x}$ %

Les pourcentages d'augmentation diminuent.

Application numérique:

On suppose que l'augmentation absolue vaut 10 unités.

année	0	1	2	3	4
Production	100	110	120	130	140
Pourcentage d'augmentation	XXXXXXX	$\frac{10}{100}$	$\frac{10}{110} \approx \frac{9}{100}$	$\frac{10}{120} \approx \frac{8,3}{100}$	$\frac{10}{130} \approx \frac{7,7}{100}$

III- 3- Exemple résolu 3

1) Est qu'une hausse de t% est compensée par une baisse de t%? (ou réciproquement).

Un prix a augmenté de 10%. Quel doit être le pourcentage de la baisse pour retrouver le prix initial?

Les calculs

1) Notations usuelles: AV, NV (ancienne valeur), (nouvelle valeur).

$NV_1 = (1 + \frac{t}{100})AV$ et $NV_2 = (1 - \frac{t}{100})\, NV_1$

D'où, $NV_2 = (1 - \frac{t}{100})(1 + \frac{t}{100})AV = \left(1 - \left(\frac{t}{100}\right)^2\right) AV$

On a donc une baisse. Le CM vaut: $\left(1 - \left(\frac{t}{100}\right)^2\right)$ et le pourcentage de baisse est: $\left(\frac{t}{100}\right)^2 \times 100 = \frac{t^2}{100}$

Par exemple: une hausse de 15% suivie d'une baisse de 15%.

Supposons une valeur initiale valant 100,

après la hausse, elle vaut $100\times1,15 = 115$, et, après la baisse, elle vaut: $115\times0,85 = 97,75$

le pourcentage d'évolution est: $97,75 - 100 = -2,25$%

On peut vérifier: $\frac{15^2}{100} = 2,25$

2) Supposons une valeur initiale valant 100, après la hausse, elle vaut $100\times1,1 = 110$.

Pour retrouver la valeur 100, la baisse doit être de 10 en valeur absolue mais le prix de référence est 110.

Le taux de baisse est: $\frac{10}{110}\times100 = 9,09...$%