Index

Préliminaires

- Connaître la traduction en géométrie analytique des propriétés et définitions suivantes:

- Définitions:

  - d'une symétrie axiale
  - d'une symétrie centrale
  - de la représentation graphique d'une fonction
  - d'une équation de courbes.

I- Axe de symétrie d'une courbe

I-1- Définition

Une courbe Γ admet un axe de symétrie Δ si et seulement si , à tout point M de Γ , le point M' symétrique de M par la symétrie d'axe Δ appartient à la courbe.

Conséquences:

$M \in \Gamma, M' \in \Gamma$

Le milieu I de $[MM']$ appartient à Δ.

Si $M \notin \Delta$, alors, Δ et $[MM']$ sont perpendiculaires

I-2- Traduction pour la représentation graphique d'une fonction dans un repère orthogonal

Soit C_f, la représentation graphique d'une fonction f.

Soit Δ d'équation $x = a$ (droite parallèle à (Oy))

$M(x; y) \in C_f$ si et seulement si $x \in E_f$ et $y = f(x)$.

$M'(x'; y') \in C_f$ si et seulement si $x' \in E_f$ et $y' = f(x')$.

Le milieu de [MM'] appartient à Δ se traduit par $\frac{x+x'}{2} = a$ (On a alors: $x' = a - 2x$)

" (MM') perpendiculaire à Δ " implique que " (MM') parallèle à (Ox) ", d'où, l'ordonnée de M' est égale à celle de M.

On a donc: $f(x') = f(x)$.

Souvent on pose $x = a + h$ ($|h|$ représente la distance du point M à la droite Δ.)

En ce cas: $x' = 2a - x = a - h$.

I-2-1- Propriétés

Le plan est rapporté à un repère orthogonal

Une courbe C_f admet pour axe de symétrie la droite Δ d'équation $x = a$ si et seulement si la proposition suivante est vérifiée.

Pour tout $x \in E_f$, $2a - x \in E_f$ et $f(2a - x) = f(x)$

ou encore

Pour tout réel h tel que $a + h \in E_f$, $a - h \in E_f$ et $f(a - h) = f(a + h)$

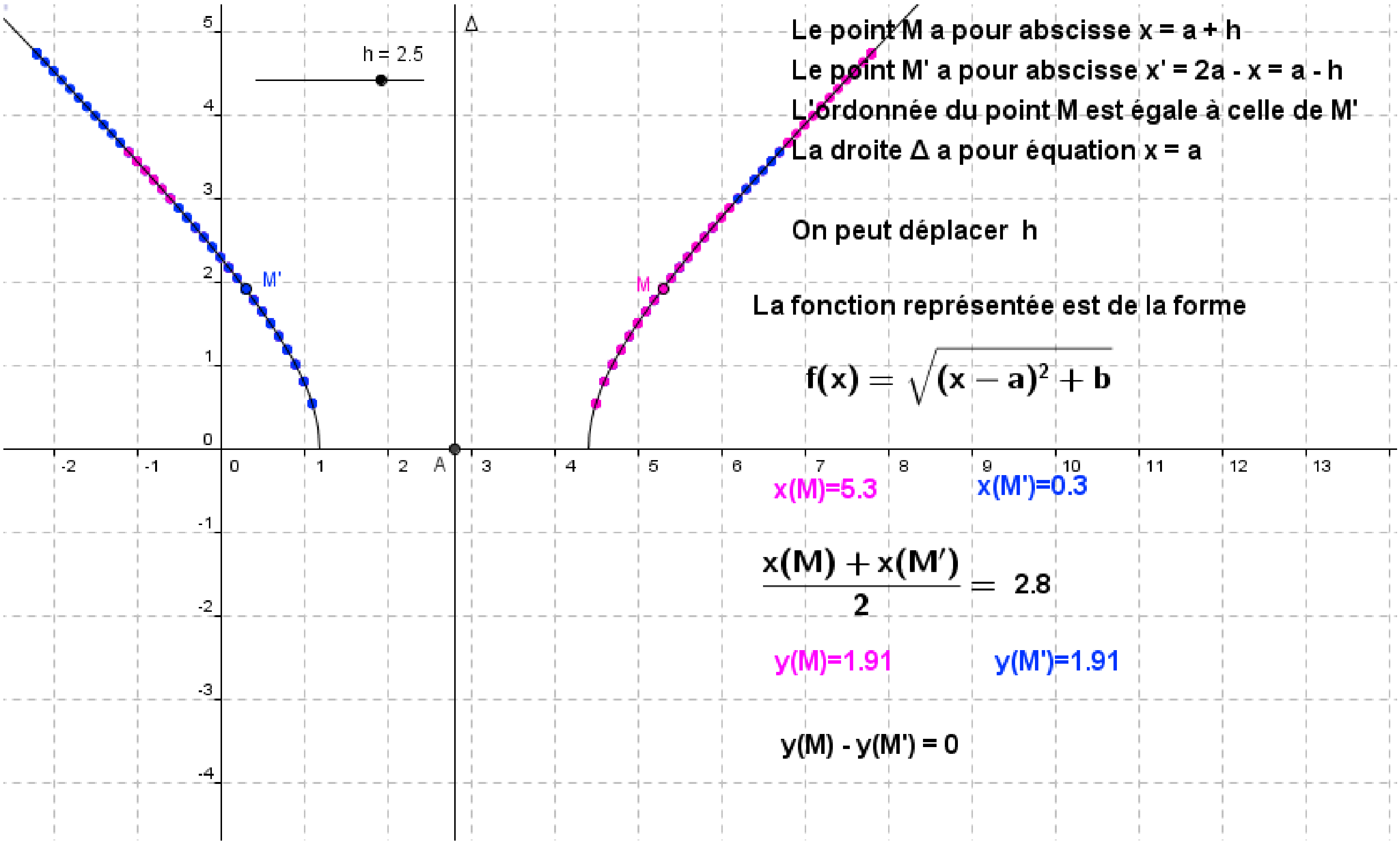
I-2-2- En pratique.

On vérifie que l'ensemble de définition E_f est symétrique par rapport à a.

On montre que $f(a - h) = f(a + h)$. (Voir si nécessaire " comment démontrer une égalité ")

En particulier, on forme la différence et on montre que cette différence est nulle.

I-2-3- Illustration



Voir le fichier " axe_symetrie " dans le menu GeoGebra

II- Centre de symétrie d'une courbe

II-1- Définition

Une courbe Γ admet un centre de symétrie Ω si et seulement si , à tout point M de Γ , le point M' symétrique de M par la symétrie de centre Ω appartient à la courbe.

Conséquences:

$M \in \Gamma, M' \in \Gamma$

Le milieu de $[MM']$ est Ω.

II-2- Traduction pour la représentation graphique d'une fonction dans un repère

Soit C_f, la représentation graphique d'une fonction f.

Soit Ω de coordonnées $(a; b)$

$M(x; y) \in C_f$ si et seulement si $x \in E_f$ et $y = f(x)$.

$M'(x'; y') \in C_f$ si et seulement si $x' \in E_f$ et $y' = f(x')$.

Le milieu de $[MM']$ est Ω se traduit par $\frac{x+x'}{2} = a$ et $\frac{f(x)+f(x')}{2} = b$

(On a alors: $x' = 2a - x$ et $f(x) + f(x) = 2b$)

Souvent on pose $x = a + h$ ($|h|$ représente la distance du point M à la droite Δ.)

En ce cas: $x' = 2a - x = a - h$.

II-2-1- Propriétés

Le plan est rapporté à un repère.

Une courbe C_f admet pour centre de symétrie le point $\Omega(a; b)$ si et seulement si la proposition suivante est vérifiée.

Pour tout $x \in E_f$, $2a - x \in E_f$ et $f(2a - x) + f(x) = 2b$

ou encore

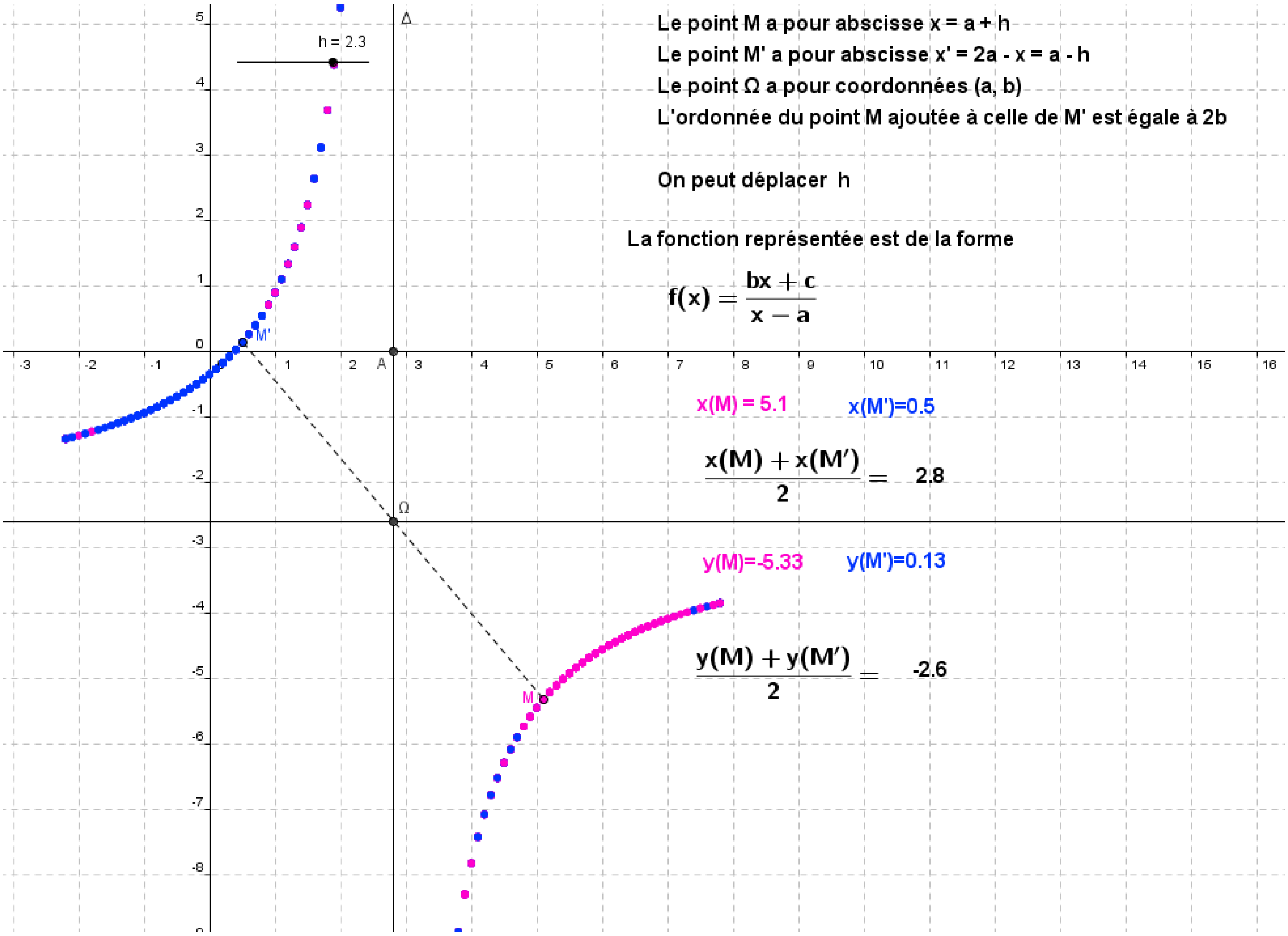
Pour tout réel h tel que $a + h \in E_f$, $a - h \in E_f$ et $f(a - h) + f(a + h) = 2b$

II-2-2- En pratique.

On vérifie que l'ensemble de définition E_f est symétrique par rapport à a.

On montre que $f(a - h) + f(a + h) = 2b$.

II-2-3- Illustration



Voir le fichier " centre_symetrie " dans le menu GeoGebra