

Droite dans un plan , plan dans l'espace

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

| | Droite \mathcal{D} dans le plan | Plan \mathcal{P} dans l'espace |
|---|--|---|
| | $(O; \vec{i}, \vec{j})$ repère orthonormal du plan | $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ repère orthonormal de l'espace |
| Propriété fondamentale | Il existe une et une seule direction orthogonale à \mathcal{D} . | Il existe une et une seule direction orthogonale à \mathcal{P} . |
| Caractérisations de l'objet | $A(x_A; y_A)$ un point (fixé) de la droite \mathcal{D} \vec{u} un vecteur directeur de \mathcal{D} . ($\vec{u} \neq \vec{0}$) Pour tout point $M(x; y)$ de \mathcal{D} , \overrightarrow{AM} et \vec{u} sont colinéaires. | $A(x_A; y_A; z_A)$ un point (fixé) du plan \mathcal{P} \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs directeurs de \mathcal{P} . ($\vec{u} \neq \vec{0}$, $\vec{v} \neq \vec{0}$ et \vec{u} , \vec{v} non colinéaires) Pour tout point $M(x; y; z)$ de \mathcal{P} , \overrightarrow{AM} , \vec{u} et \vec{v} sont coplanaires. |
| | $A(x_A; y_A)$ un point (fixé) de la droite \mathcal{D} \vec{n} vecteur normal à \mathcal{D} ($\vec{n} \neq \vec{0}$) Pour tout point $M(x; y)$ de \mathcal{D} , \overrightarrow{AM} et \vec{n} sont orthogonaux | $A(x_A; y_A; z_A)$ un point (fixé) du plan \mathcal{P} \vec{n} vecteur normal à \mathcal{P} ($\vec{n} \neq \vec{0}$) Pour tout point $M(x; y; z)$ de \mathcal{P} , \overrightarrow{AM} et \vec{n} sont orthogonaux |
| Des équations pour caractériser ces objets | <p style="text-align: center;">Équation cartésienne de \mathcal{D}.</p> $ax + by + c = 0$ où au moins un des réels a et b non nuls. $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et tout vecteur non nul colinéaire à \vec{n} sont des vecteurs normaux à \mathcal{D} . $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ et tout vecteur non nul colinéaire à \vec{u} sont des vecteurs directeurs de \mathcal{D} . Comme, pour tout point $M(x; y)$ de \mathcal{D} , \overrightarrow{AM} et \vec{n} sont orthogonaux, on a : $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0,$ $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$ donne une équation cartésienne de \mathcal{D} . | <p style="text-align: center;">Équation cartésienne de \mathcal{P}.</p> $ax + by + cz + d = 0$ où au moins un des réels a , b et c non nuls. $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et tout vecteur non nul colinéaire à \vec{n} sont des vecteurs normaux à \mathcal{P} . $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ -c \\ b \end{pmatrix}$ et tout vecteur non nul coplanaire à \vec{u} et \vec{v} (combinaison linéaire de \vec{u} et \vec{v}) sont des vecteurs directeurs de \mathcal{P} . Comme, pour tout point $M(x; y; z)$ de \mathcal{P} , \overrightarrow{AM} et \vec{n} sont orthogonaux, on a : $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0,$ $a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$ donne une équation cartésienne de \mathcal{P} . |

Droite dans un plan , plan dans l'espace

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

| | | |
|--------------------|---|--|
| Remarquer : | <p style="text-align: center;">Cas particuliers :</p> <p>$x = k$ est la droite passant par $A(k, 0)$ qui a pour vecteur normal \vec{i}, et pour vecteur directeur \vec{j}</p> <p>$y = k$ est la droite passant par $A(0, k)$ qui a pour vecteur normal \vec{j}, et pour vecteur directeur \vec{i}</p> | <p style="text-align: center;">Cas particuliers :</p> <p>$x = k$ est le plan passant par $A(k, 0, 0)$ qui a pour vecteur normal \vec{i}, et pour vecteurs directeurs \vec{j} et \vec{k}.</p> <p>$y = k$ est le plan passant par $A(0, k, 0)$ qui a pour vecteur normal \vec{j}, et pour vecteurs directeurs \vec{i} et \vec{k}.</p> <p>$z = k$ est le plan passant par $A(0, 0, k)$ qui a pour vecteur normal \vec{k} et pour vecteurs directeurs \vec{i} et \vec{j}</p> <p>$x + y = k$ est le plan passant par $A(k, 0, 0)$ qui a pour vecteur normal $\vec{i} + \vec{j}$.</p> <p>$x + z = k$ est le plan passant par $A(k, 0, 0)$ qui a pour vecteur normal $\vec{i} + \vec{k}$.</p> <p>$y + z = k$ est le plan passant par $A(0, k, 0)$ qui a pour vecteur normal $\vec{j} + \vec{k}$.</p> |
| Un exemple | <p>Comprendre l'équation : $2x + y - 1 = 0$ où $(x ; y)$ est un couple de coordonnées dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.</p> <p>Des points : $A(0 ; 1)$ ou $(B(1 ; -1)$ ou $C(\frac{1}{2}, 0)$ ou ...</p> <p style="text-align: center;">Un vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p style="text-align: center;">Un vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$</p> | <p>Comprendre l'équation : $2x + y + z - 1 = 0$ où $(x ; y ; z)$ est un triplet de coordonnées dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.</p> <p>Des points : $A(0 ; 1 ; 0)$ ou $(B(1 ; -1 ; 0)$ ou $C(\frac{1}{2}, 0 ; 0)$ ou ...</p> <p style="text-align: center;">Un vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p style="text-align: center;">Des vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p style="text-align: center;">et $\alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$ avec $(\alpha ; \beta) \neq (0 ; 0)$</p> |