Trop de confusions dans les notions ne permettent pas d'aboutir:

De quoi parle-t-on quand on dit: expression algébrique, égalité, équivalence, fonction, équation, solution, racine, courbe .... ?

Dans ce texte x est un réel.

Soit **<u>l'expression algébrique</u>** x^2+3x-4 .

Ainsi, on a seulement un nombre réel écrit sous forme de sommes, produits ... (opérations sur les nombres).

Le vocabulaire qui peut accompagner est : factoriser, développer, réduire ...

On ne peut pas utiliser les mots: variations, dériver, représenter graphiquement, résoudre...

On **<u>nomme</u>** (appelle, considère, ...) $A(x)$ cette expression algébrique, d'où, l'énoncé:

Soit $A(x) = x^2+3x-4$

Le signe = permet de nommer par une **<u>égalité</u>** cette succession d'opérations. Cela signifie que pour tout x réel, le nombre à gauche appelé $A(x)$ et le nombre à droite obtenu par les opérations sur x sont les mêmes.

A est alors le nom de la **<u>fonction</u>** qui, à un réel, associe le réel obtenu en prenant son carré, en ajoutant à ce carré le triple du réel initial et en retranchant 4.
Vous remarquerez que A n'est en aucun cas un nombre.

Le vocabulaire qui peut accompagner est : étudier les variations, les limites, dériver la fonction, représenter graphiquement ...

On ne peut pas utiliser les mots: résoudre..., solutions, ...

Les termes concernant les variations, la continuité, la dérivation s'appliquent aux fonctions.

Exemple: $(\cos(x))'$ n'a aucun sens, mais, $\cos'(x)$ a du sens.
x^2 strictement croissante sur $[0;+\infty[$ n'a pas de sens, mais, la fonction carrée est strictement croissante sur $[0;+\infty[$ a du sens.
Il est vrai que les abus de langage sont fréquents et permettent de ne pas alourdir le texte. Mais, pour faire un abus de langage, il est nécessaire de savoir très précisément de quoi il s'agit.

Les fonctions **<u>définies sur</u>** $\mathbb{R}$ par $A: t \mapsto A(t)$ et $A: x \mapsto A(x)$ sont égales. Les nombres $A(t)$ et $A(x)$ ne sont pas en général égaux.
En revanche, les fonctions $f: x \mapsto x^2$ définies sur $[-5; 5]$ et $g : x \mapsto x^2$ définies sur $[0;10]$ ne sont pas égales. Pour $x \in [0; 5]$, on a l'égalité $f(x) = g(x)$

On peut rechercher pour quelles valeurs du réel x, l'expression algébrique est égale à une valeur donnée. On a alors une **<u>équation</u>** d'inconnue x.
<u>Résoudre l'équation</u> $x^2+3x-4 = 6$ signifie "déterminer **toutes** les valeurs de x qui donnent une **égalité**"
$x^2+3x-4 = 6$ **N'EST PAS UNE ÉGALITÉ**
ou encore: l'égalité $x^2+3x-4 = 6$ est fausse pour **tout** x réel **<u>sauf</u>** pour 2 et -5 qui sont les **<u>solutions de l'équation.</u>**
En remplaçant x par 2, on obtient une égalité (de même pour -5). Tout autre réel n'amène pas d'égalité.

Ces solutions sont les **racines du polynôme** *P*: $x \mapsto x^2+3x-10$
Les racines de x^2+3x-4 sont les réels 1 et –4

On remarquera aussi qu'un nombre, qu'une fonction ne passe nulle part, ne coupe rien ..., en revanche, la courbe passe par des points, coupe un axe ...

Une **équation de courbe** dans le plan muni d'un repère est une relation contenant le signe = entre les coordonnées d'un point quelconque de cette courbe.
Si on note $M(x; y)$ dans un repère, on peut mettre sous la forme $f(x,y)=0$
Exemples: Une équation de droite peut se mettre sous la forme $ax + by + c = 0$
Le cercle d'équation $(x-1)^2+(y+3)^2-25 = 0$
Si en remplaçant x et y par des réels, on obtient une égalité, le point est sur le cercle.
Sinon, le point n'est pas sur le cercle;
$A(4; 1)$ est un point du cercle. $B(1;-3)$ n'est pas un point du cercle

D'où, le résultat général: un point $M(x; y)$ appartient à l'intersection de deux courbes si et seulement si ses coordonnées vérifient les équations des deux courbes
ou encore si et seulement si ses coordonnées sont solutions des équations des deux courbes.

Les coordonnées des points d'intersection de la droite d'équation $y = x - 1$ et du cercle d'équation $(x-1)^2+(y+3)^2-25 = 0$ sont les solutions du système $\begin{cases} y=x-1 \\ (x-1)^2+(y+3)^2-25=0 \end{cases}$

qui est **équivalent** à $\begin{cases} y=x-1 \\ y^2+(y+3)^2-25=0 \end{cases}$ est **équivalent** à $\begin{cases} y=x-1 \\ 2y^2+6y-16=0 \end{cases}$ est **équivalent** à

$\begin{cases} y=x-1 \\ y^2+3y-8=0 \end{cases}$ est **équivalent** à $\begin{cases} y=x-1 \\ y=\dfrac{-3-\sqrt{41}}{2} \quad \text{ou} \quad y=\dfrac{-3+\sqrt{41}}{2} \end{cases}$

équivalent à ($x=\dfrac{-1-\sqrt{41}}{2}$ et $y=\dfrac{-3-\sqrt{41}}{2}$) ou ($x=\dfrac{-1+\sqrt{41}}{2}$ et $y=\dfrac{-3+\sqrt{41}}{2}$)

Équivalence: $2x=4$ équivaut à $x=2$
Les deux équations ont les mêmes solutions

Dérivation
Définitions: ***f dérivable en a***
1°- f doit être définie en a.
2°- $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = l$ où $l \in \mathbb{R}$.
3°- On crée ainsi une nouvelle fonction (liée à f) qui, au réel a associe le réel l. $a \mapsto l$.
cette fonction est appelée fonction dérivée première de f. On la note f'.

Propriétés
1°- Ce sont les opérations usuelles vues en première.
2°- C'est l' approximation affine de f et ce qui est lié à cette approximation affine: tangente, méthode d'Euler

Ces propriétés sont sous la forme: ***Si ... alors ...***
Ne pas appliquer de réciproques (qui a priori sont fausses)