Table des matières

I- Préliminaire:

Faire des maths:

ce n'est pas appliquer un livre de recettes.

Les techniques, les méthodes

Les techniques, les méthodes à utiliser s'appuient toujours sur des connaissances de bases ....

et s'appliquent **sous conditions** ...

c'est-à-dire:

avant d'appliquer une technique, une méthode, on doit s'assurer qu'on est bien dans le cadre où cette technique, cette méthode s'appliquent.

Les propriétés, les théorèmes

Les propriétés, les théorèmes s'énoncent sous la forme: Si (hypothèses) alors (conclusion)

On cherche à appliquer une propriété pour montrer la conclusion (la phrase qui suit "alors")

Pour cela, on est amené à prouver les hypothèses de la propriété.

Exemples:

Propriété: Si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Pour appliquer ce théorème, on prouve qu'un certain triangle est un triangle rectangle et ensuite, on peut calculer la longueur d'un des côtés connaissant les deux autres.

II- Recherche d'une équation de cercle dans un repère orthonormal.

II-1- On connaît: Centre et rayon:

Prérequis:

Calcul d'une distance dans un repère
Avoir compris ce que signifiait: "équation d'une courbe"

Les calculs

Il suffit de comprendre qu'un point $M(x; y)$ appartient au cercle de centre $\Omega(a; b)$ et de rayon r
si et seulement si $\Omega M = r$ *(longueur ....)*
si et seulement si $\Omega M^2 = r^2$
Ensuite, il suffit d'écrire (Propriété de Pythagore)
$\Omega M^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$
Finalement, on obtient l'équation suivante: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

II-2- On connaît: Diamètre

Prérequis:

Cercle inscrit dans un demi-cercle
Formule analytique du produit scalaire dans un repère orthonormal
Produit scalaire et orthogonalité
Avoir compris ce que signifiait: "équation d'une courbe"

Les calculs

Il suffit de se rappeler que M appartient au cercle de diamètre $[AB]$ si et seulement si le triangle ABM est rectangle en M.
Ensuite, il suffit d'écrire $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ et d'appliquer la formule du produit scalaire dans un repère orthonormal.
Finalement, on obtient l'équation suivante: $(x - x_A)(x - x_B) + (y - y_A)(y - y_B) = 0$

II-3- Bilan

Dans les deux cas, on obtient après développement une équation de la forme
$x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0$

III- Étude d'une équation de la forme: $x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0$

Prérequis:

Avoir compris ce que signifiait: "équation d'une courbe"
Les identités remarquables (ou la forme canonique du second degré) ou $a^2 + 2ab = (a + b)^2 - b^2$.

Calcul d'une distance dans un repère.

Les calculs

$x^2 + \alpha x = (x + \frac{\alpha}{2})^2 - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2$ et $y^2 + \beta y = (y + \frac{\beta}{2})^2 - \left(\frac{\beta}{2}\right)^2$

$x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x + \frac{\alpha}{2})^2 + (y + \frac{\beta}{2})^2 = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - \gamma.$

Trois cas:

1) $\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - \gamma < 0$ Il n'existe aucun point $M(x; y)$ tel que ses coordonnées vérifient l'équation

2) $\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - \gamma = 0$ Il existe un et un seul point $\Omega(-\frac{\alpha}{2} ; -\frac{\beta}{2})$ tel que ses coordonnées vérifient l'équation

3) $\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - \gamma > 0$.

On peut donc poser: $\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - \gamma = r^2$ avec $r > 0$ et $\Omega(-\frac{\alpha}{2} ; -\frac{\beta}{2})$

L'équation $(x + \frac{\alpha}{2})^2 + (y + \frac{\beta}{2})^2 = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - \gamma$ équivaut alors à $\Omega M^2 = r^2$

L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que leurs coordonnées vérifient l'équation est le cercle de centre Ω et de rayon r.

Pour les exemples, voir les exercices corrigés en classe.