

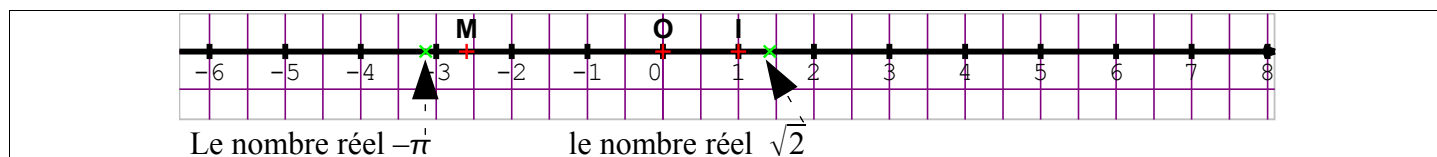
## Index

I- La droite des nombres réels.....	1
II- Intervalles.....	1
II-1- Segments fermés et intervalles fermés.....	2
II-2- Segments ouverts et intervalles ouverts.....	2
II-3- Demi-droites.....	2
II-4- Intervalles semi-ouverts ou semi-fermés.....	3
Extrait du livre Nathan hyperbole seconde (édition 2009).....	4
Extrait du livre Bordas indice seconde (édition 2009).....	4

### I- La droite des nombres réels

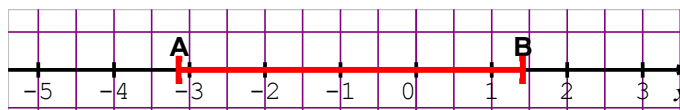
Tous les nombres actuellement connus en seconde sont « rassemblés » dans un ensemble appelé l'ensemble des nombres réels et noté  $\mathbb{R}$ .

Cet ensemble se représente par une droite graduée.

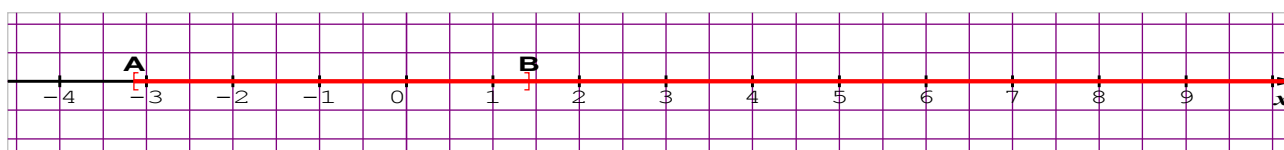


### II- Intervalles

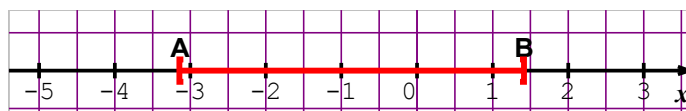
Un segment  $[AB]$  est l'ensemble de **tous** les points compris entre deux points A et B de la droite



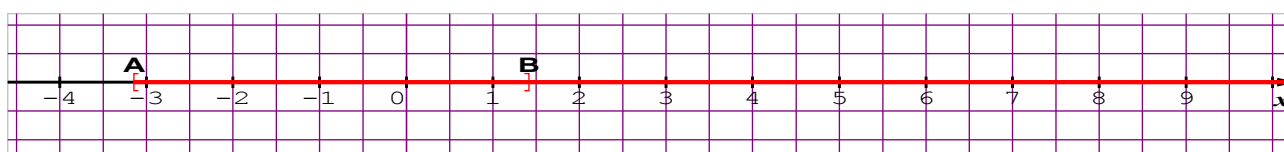
et une demi-droite  $[A; +\infty[$  l'ensemble de **tous** les points non borné à partir de A vers B.



Les intervalles traduisent dans l'ensemble  $\mathbb{R}$  des réels ces différentes possibilités.



se traduit par l'intervalle  $[-\pi; \sqrt{2}]$  et signifie:  
 $x \in [-\pi; \sqrt{2}]$  si et seulement si  $-\pi \leq x \leq \sqrt{2}$



se traduit par l'intervalle  $[-\pi; +\infty[$  et signifie:  $x \in [-\pi; +\infty[$  si et seulement si  $x \geq -\pi$ .

"J'ai toujours pensé qu'il n'avait pas assez d'imagination pour devenir mathématicien !" *Hilbert, David*

au sujet d'un étudiant qui a renoncé aux mathématiques pour la poésie

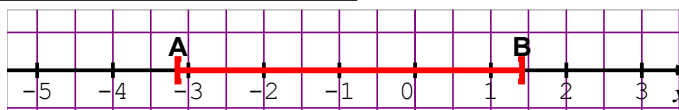
Pour indiquer que la droite est illimitée, il est nécessaire d'introduire un symbole  $\infty$  (infini) auquel on attribue le signe  $+$  ou  $-$  selon le sens.

$+\infty$  et  $-\infty$  ne sont pas des nombres. Ce sont des notations pour indiquer que l'intervalle n'est pas bornée.

Il existe deux sortes de crochets: les crochets fermés (remarquer que les « pattes » du crochet retiennent le nombre)

et les crochets ouverts (les « pattes » du crochet sont à l'extérieur. Elles ne retiennent pas le nombre).

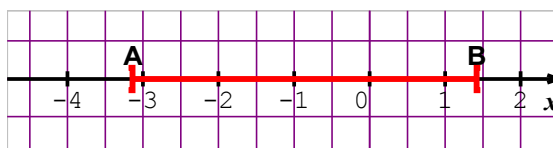
### II-1- Segments fermés et intervalles fermés



Les points  $A$  et  $B$  appartiennent au segment fermé  $[AB]$ .

Les nombres  $-\pi$  et  $\sqrt{2}$  appartiennent à l'intervalle fermé  $[-\pi; \sqrt{2}]$ .

### II-2- Segments ouverts et intervalles ouverts

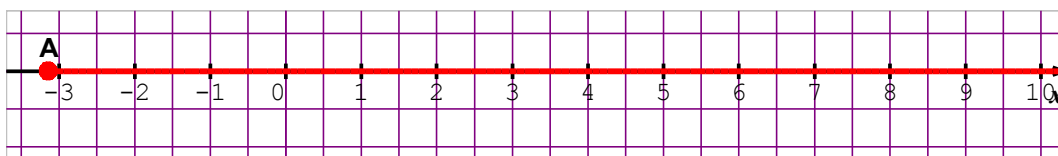


Les points  $A$  et  $B$  n'appartiennent pas au segment ouvert  $]AB[$ .

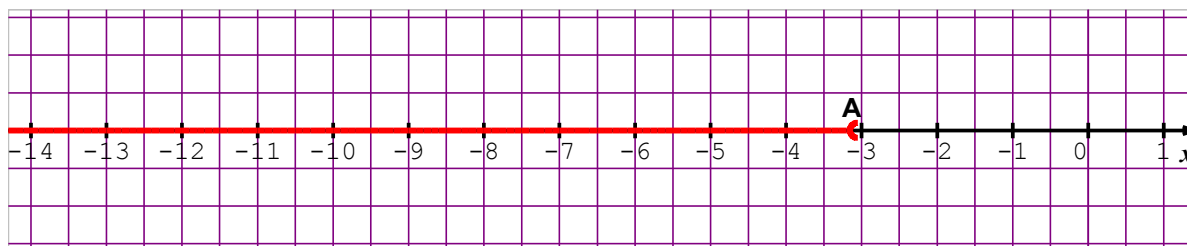
Les nombres  $-\pi$  et  $\sqrt{2}$  appartiennent à l'intervalle ouvert  $]-\pi; \sqrt{2}[$ .

$x \in ]-\pi; \sqrt{2}[$  si et seulement si  $-\pi < x < \sqrt{2}$

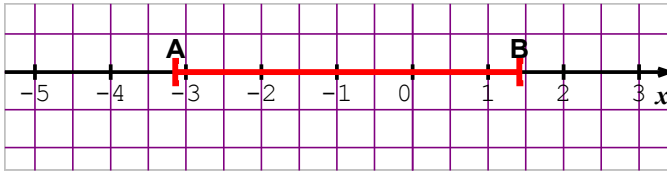
### II-3- Demi-droites



$x \in [-\pi; +\infty[$  si et seulement si  $x \geq -\pi$ .



$x \in ]-\infty; -\pi[$  si et seulement si  $x < -\pi$ .

**II-4- Intervalles semi-ouverts ou semi-fermés**

Le point  $A$  appartient au segment  $[AB[$ .

Le point  $B$  n'appartient pas au segment  $[AB[$ .

Le nombre  $-\pi$  appartient à l'intervalle  $[-\pi; \sqrt{2}[$ ,

le nombre  $\sqrt{2}$  n'appartient pas à l'intervalle  $[-\pi; \sqrt{2}[$ .

$x \in [-\pi; \sqrt{2}[$  si et seulement si  $-\pi \leq x < \sqrt{2}$

**Extrait du livre Nathan hyperbole seconde (édition 2009)****1 Ensemble  $\mathbb{R}$  et intervalles****Note**

L'ensemble des nombres **entiers naturels** (positifs) est noté  $\mathbb{N}$ .


L'ensemble des nombres **entiers relatifs** (positifs ou négatifs) est noté  $\mathbb{Z}$ .

**Note**

$]a; b[$  : en  $b$ , le crochet est **ouvert** c'est-à-dire dirigé vers l'extérieur. Cela signifie que  $b$  **n'est pas** dans l'intervalle.

L'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée est appelé l'ensemble des **nombre réels**. On note  $\mathbb{R}$  l'ensemble de tous ces nombres.

Certaines parties de  $\mathbb{R}$  sont appelées des **intervalles**; on les note en utilisant des crochets.

Ensemble des réels $x$ tels que :	Représentation	Intervalle
$x < b$		$] -\infty ; b [$
$x \geq a$		$[ a ; +\infty [$
$a < x < b$		$] a ; b [$
$a \leq x < b$		$] a ; b [$
$a \leq x \leq b$		$[ a ; b [$

On définit de la même façon les intervalles  $]a; b]$ ,  $]a; +\infty[$  et  $] -\infty; b]$ .

**Attention!**  $-\infty$  et  $+\infty$  ne désignent pas des nombres réels; du côté de  $-\infty$  et de  $+\infty$ , le crochet est toujours ouvert. Par exemple, on note:  $\mathbb{R} = ] -\infty; +\infty[$ .

**Extrait du livre Bordas indice seconde (édition 2009)**

• Soit  $I$  l'ensemble des nombres  $x$  tels que  $-2 \leq x < 3$ . Peut-on écrire la liste de tous les nombres appartenant à cet ensemble ?

Au collège, on représente cet ensemble en coloriant tous les points d'abscisse comprise entre  $-2$  et  $3$  sur une droite graduée :



On note  $[-2; 3[$  l'ensemble de tous les nombres  $x$  tels que  $-2 \leq x < 3$ ; les crochets indiquent que  $-2$  fait partie de cet ensemble (le crochet est fermé en  $-2$ ) et que  $3$  au contraire ne fait pas partie de cet ensemble (le crochet est ouvert en  $3$ ).

Un tel ensemble est appelé un **intervalle**;  $-2$  et  $3$  sont appelés les bornes de l'intervalle.