

**Redonner du sens au mot "équation"**

1) Résoudre les équations suivantes où  $a, m, x$  sont des réels .

d'inconnue  $x$ ,  $m(x + 1) = (3m + a)x^2 - 4a$

d'inconnue  $a$ ,  $m(x + 1) = (3m + a)x^2 - 4a$

d'inconnue  $m$ ,  $m(x + 1) = (3m + a)x^2 - 4a$

2)  $f$  étant une fonction quel sens peut-on donner à  $y = f(x)$ ?

3) Soit  $f(x) = x^3 + x - 1$

On nomme  $\alpha$  la solution de l'équation  $f(x) = 0$

$\alpha^3 = 1 - \alpha$  est une égalité? VRAI, FAUX

$x^3 = 1 - x$  est une égalité? VRAI, FAUX

4) Résoudre les équations suivantes d'inconnue  $x$  réel:

a)  $(x + 1)(x^2 - x + 1) = (x + 1)(5x - 8)$

b)  $(x + 1)(x^2 - x + 1) = (x - 3)x^2 + 2x$

c)  $(x + 1)(x^2 - x + 1) = (x - 3)x^2 + 3x(x + 1) - 3x + 1$

**Redonner du sens à la notion de fonction**

I- Donner le programme de calculs définissant la fonction définie dans  $\mathbb{R}$ .

a)  $f: x \mapsto \frac{2}{x+1}$

b)  $g: t \mapsto t^2 + \frac{3}{t}$

c)  $h: a \mapsto \frac{2}{a+1}$

d)  $j: l \mapsto l + 4l^2$

e)  $k: t \mapsto l + 4t^2$

**II- En fonction de**

Soit  $ABC$  un triangle équilatéral de côté  $a$ .

1) exprimer la hauteur en fonction de  $a$  et donner la fonction  $h$  qui donne la hauteur connaissant la longueur du côté.

2) exprimer l'aire en fonction de la hauteur et déterminer la fonction  $\mathcal{A}$  qui donne l'aire connaissant la hauteur.

3) exprimer la hauteur en fonction de l'aire et déterminer la fonction  $f$  qui donne la hauteur connaissant l'aire.

4) exprimer le côté en fonction de l'aire et déterminer la fonction  $g$  qui donne le côté connaissant l'aire.

**III- Propriétés éventuelles de fonctions**

Voici une liste de fonctions:  $\uparrow$  signifie "élever à la puissance"

$\uparrow^2, \uparrow^n, \sqrt{\quad}, \cos, \sin, \exp, \text{ affine, linéaire, inv, tan}$

1) **Dans cette liste** de fonctions, quelles sont les fonctions  $f$  qui vérifient la propriété suivante:

Pour tous réels  $a$  et  $b$ ,  $f(a + b) = f(a) + f(b)$  (1).

Justifier que nécessairement  $f(0) = 0$ .

Justifier que nécessairement  $f(-x) = -f(x)$

Justifier que nécessairement  $f(nx) = nf(x)$  où  $n \in \mathbb{N}$ .

Traduire l'égalité (1) en utilisant les mots: somme et image.

2) **Dans cette liste** de fonctions, quelles sont les fonctions  $f$  qui vérifient la propriété suivante:

Pour tous réels  $a$  et  $b$ ,  $f(a + b) = f(a) \times f(b)$  (2)

Justifier que nécessairement  $f(0) = 1$

Justifier que nécessairement, pour tout  $x$  réel,  $f(x) > 0$

Justifier que nécessairement  $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$

Justifier que nécessairement  $f(nx) = [f(x)]^n$  où  $n \in \mathbb{N}$ .

Traduire l'égalité (2) en utilisant les mots: somme, produit et image.

3) **Dans cette liste** de fonctions, quelles sont les fonctions  $f$  qui vérifient la propriété suivante:

Pour tout  $k$  réel,  $f(kx) = kf(x)$  (3).

Justifier que nécessairement  $f(0) = 0$ .

Justifier que nécessairement  $f(-x) = -f(x)$

Traduire l'égalité (3) en utilisant les mots: produit et image.

#### IV- Fonction composée:

1) Soit  $f$  définie par  $f: x \mapsto \frac{2}{e^{x+1}}$

compléter par un montage de fonctions  $u$ ,  $v$ ,  $w$  pour faire apparaître  $f = w \circ v \circ u$

$\dots \mapsto \dots \mapsto \dots \mapsto$

puis, donner les fonctions:

$u: t \mapsto$

$v: t \mapsto$

$w: t \mapsto$

2) Même question avec  $f: x \mapsto \left(\frac{5}{x^2+1}\right)^3$

3) Déterminer  $g \circ f$  et  $f \circ g$  lorsque  $f: \mapsto \frac{12}{2x-1}$  et  $g: x \mapsto \frac{9}{4x+6}$ .

**On commence par déterminer les ensembles sur lesquels on peut définir ces fonctions.**