Table des matières

I- Préliminaire:....1
Faire des maths:....1
Les techniques, les méthodes....1
Les propriétés, les théorèmes....1
II- Équations du second degré dans ℝ 2
II-1- Prérequis....2
II-2- Cas particulier: l'expression est factorisée....2
II-3- Cas général: $ax^2 + bx + c = 0$....2
II-4- Retour à la factorisation....2
III- Inéquations du second degré 2
III-1 Prérequis....2
III-2- Cas particulier: l'expression est factorisée....2
III-3- Cas général: signe de $ax^2 + bx + c$ 2
IV- Fonctions du second degré....3
IV-1- Prérequis....3
IV-2- Le résumé 3
V- Pour les Terminales S: polynôme du second degré dans ℂ à coefficients réels 3

I- Préliminaire:

Faire des maths:

ce n'est pas appliquer un livre de recettes.

Les techniques, les méthodes

Les techniques, les méthodes à utiliser s'appuient toujours sur des connaissances de bases ....

et s'appliquent **sous conditions** ...

c'est-à-dire:

avant d'appliquer une technique, une méthode, on doit s'assurer qu'on est bien dans le cadre où cette technique, cette méthode s'appliquent.

Les propriétés, les théorèmes

Les propriétés, les théorèmes s'énoncent sous la forme: Si (hypothèses) alors (conclusion)

On cherche à appliquer une propriété pour montrer la conclusion (la phrase qui suit "alors")

Pour cela, on est amené à prouver les hypothèses de la propriété.

Exemples:

Propriété: Si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Pour appliquer ce théorème, on prouve qu'un certain triangle est un triangle rectangle et ensuite, on peut calculer la longueur d'un des côtés connaissant les deux autres.

II- Équations du second degré dans ℝ

II-1- Prérequis

Développement

Factorisation

Équation-produit: un produit est nul

II-2- Cas particulier: l'expression est factorisée

C'est formidable: il n'y a rien d'autre à faire

II-3- Cas général: ax² + bx + c = 0

On met sous la forme développée, réduite, ordonnée.
On calcule $\Delta = b^2 - 4ac$
Si $\Delta < 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a aucune solution
Si $\Delta = 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a une solution égale à $-\dfrac{b}{2a}$

Si $\Delta > 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions égales à $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

II-4- Retour à la factorisation.

Dire que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions x_1 et x_2
est équivalent à dire
l'expression $ax^2 + bx + c$ est factorisable en $a(x - x_1)(x - x_2)$

III- Inéquations du second degré

III-1 Prérequis

Développement

Factorisation

Inéquation-produit: Règle des signes et tableaux de signes

III-2- Cas particulier: l'expression est factorisée

C'est formidable: il n'y a rien d'autre à faire qu'un tableau de signes

III-3- Cas général: signe de ax² + bx + c

On met sous la forme développée, réduite, ordonnée.
On calcule $\Delta = b^2 - 4ac$
Si $\Delta < 0$, l'expression $ax^2 + bx + c$ est du signe du **coefficient *a*** de x^2
Si $\Delta = 0$, l'expression $ax^2 + bx + c$ est du signe du **coefficient *a*** de x^2 sauf en $-\dfrac{b}{2a}$ où elle s'annule.

Si $\Delta > 0$, l'expression $ax^2 + bx + c$ est du signe du **coefficient *a*** de x^2 pour les valeurs de x prises à l'extérieur des racines et du signe opposé pour les valeurs de x prises entre les racines.

IV- Fonctions du second degré

IV-1- Prérequis

La fonction carré

La parabole

IV-2- Le résumé

Il suffit de retenir qu'une fonction du second degré $x \mapsto ax^2 + bx + c$ se représente par une parabole

- tournée vers le haut lorsque $a > 0$
- et tournée vers le bas lorsque $a < 0$.

Animation avec GeoGebra

V- Pour les Terminales S: polynôme du second degré dans ℂ à coefficients réels

Lorsque le discriminant Δ est strictement négatif, il est le carré d'un imaginaire pur.

Exemple: -8 est le carré de $(\mathrm{i}\sqrt{8}) = (\mathrm{i}\,2\sqrt{2})$

Si $\Delta < 0$ alors, il existe un réel δ tel que $\Delta = (i\,\delta)^2$

On peut alors factoriser dans ℂ, tous les polynômes du second degré à coefficients réels.

Exemples:

a) $z^2 - 4z + 5 = (z-2)^2 - 4 + 5 = (z-2)^2 + 1 = (z-2)^2 - \mathrm{i}^2 = (z-2-\mathrm{i})(z-2+\mathrm{i})$

b) Résoudre dans ℂ, l'équation $5z^2 + 3z + 7 = 0$

On calcule $\Delta = 3^2 - 4\times5\times7 = -131 = 131\mathrm{i}^2 = (\sqrt{131}\,\mathrm{i})^2$

L'équation a donc deux solutions complexes conjuguées:

$$z_1 = \frac{-3-\mathrm{i}\sqrt{131}}{2\times5} = \frac{-3-\mathrm{i}\sqrt{131}}{10} \text{ et } z_2 = \overline{z_1} = \frac{-3+\mathrm{i}\sqrt{131}}{10}$$