Index

Signe d'une expression du premier degré

Définition

Une expression du premier degré est une expression de la forme $ax + b$ où $a \neq 0$

Exemples :

1) $2x + 1$, $-3x - 5$, $\frac{1}{2}x + 8$, $\sqrt{5}\,x - \sqrt{2}$, $3 + \frac{1}{10}x$, $-25 + 10^5 x$ sont des expressions du premier degré.

2) $\frac{3}{x} - 4$, $\frac{x+1}{x} + 8$, $\frac{x+1}{x+8}$, $\sqrt{5x} - \sqrt{2}$, $(x + 3)(1 - x)$, $2x^2 + 3x - 5$ ne sont pas des expressions du premier degré

Fonction affine : Rappel.

La fonction qui, à un réel x, associe une expression du premier degré est une fonction affine.

Remarques :

1) Lorsque $a = 0$, la fonction affine $x \mapsto b$ est une fonction constante. (Pour l'étude du signe, le signe est celui de b, il n' y a pas d'étude à faire).

2) Lorsque $b = 0$, la fonction $x \mapsto ax$ est une fonction linéaire.

Méthodes pour étudier le signe

Toutes les méthodes d'étude du signe d'une **expression du premier degré** peuvent se résumer en :

l'expression du premier degré **s'annule** en une valeur α en **changeant de signe**.

En déterminant α, il suffit ensuite de connaître le signe pour une valeur " test ", et, on peut ainsi déterminer le signe de $ax + b$ selon les valeurs de x dans chacun des intervalles $]-\infty\ ;\ \alpha[$ et $]\alpha\ ;\ +\infty[$

Recherche de la valeur qui annule *ax + b*.

Il suffit de résoudre $ax + b = 0$

les exemples du 1/ les expressions sont du premier degré

$2x + 1$, $-3x - 5$, $\frac{1}{2}x + 8$, $\sqrt{5}\,x - \sqrt{2}$, $3 + \frac{1}{10}x$, $-25 + 10^5 x$, $-1 - 4x$ sont des expressions du premier degré.

Signe de 2x + 1 (en prenant une valeur " test ")

$2x + 1 = 0$ si et seulement si $x = -\frac{1}{2}$.

Une valeur " test " : Lorsque $x = 0$, $2\times0 + 1 = 1$ qui est positif.

Conclusion : pour tout réel de $]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty[$, (l'intervalle qui contient 0), $2x + 1$ est positif.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	$+$	$+$	

Signe de –3x – 5 (en résolvant une inéquation).

$-3x - 5 \geqslant 0$ *(signe +)* si et seulement si $-3x \geqslant 5$ si et seulement si $x \leqslant -\frac{5}{3}$

Conclusion : pour tout réel de $]-\infty\ ;\ -\frac{5}{3}]$, $-3x - 5$ est positif

x	$-\infty$		$-\frac{5}{3}$		$+\infty$
$-3x - 5$		$+$	0	$-$	

Signe de (1/2)x + 8 (en utilisant le sens de variations de la fonction x ↦ (1/2)x + 8

$\frac{1}{2}x + 8 = 0$ si et seulement si $x = -16$.

Comme $\frac{1}{2} > 0$, la fonction $x \mapsto \frac{1}{2}x + 8$ est strictement croissante d'où :

x	$-\infty$		-16		$+\infty$
$\frac{1}{2}x + 8$		$-$	0	$+$	

Signe de √5 x – √2

$\sqrt{5}\,x - \sqrt{2} = 0$ si et seulement si $x = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{10}}{5}$

x	$-\infty$		$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$		$+\infty$
$\sqrt{5}\,x - \sqrt{2}$		$-$	0	$+$	

signe de 3 + (1/10)x

$3 + \dfrac{1}{10}x = 0$ si et seulement si $x = -30$

x	$-\infty$		-30		$+\infty$
$3 + \dfrac{1}{10}x$		$-$	0	$+$	

signe de –25 + 10⁵ x

$-25 + 10^5 x$ si et seulement si $x = 25\times10^{-5}$

x	$-\infty$		25×10^{-5}		$+\infty$
$-25 + 10^5 x$		$-$	0	$+$	

Signe de –1 – 4x

$-1 - 4x =$ si et seulement si $x = -\dfrac{1}{4}$

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{4}$		$+\infty$
$-1 - 4x$		$+$	0	$-$	

<u>les exemples du 1/ les expressions ne sont pas du premier degré</u>

$\dfrac{3}{x} - 4$, $\dfrac{x+1}{x}+8$, $\dfrac{x+1}{x+8}$, $\sqrt{5x} - \sqrt{2}$, $(x + 3)(1 - x)(x + 4)$, $2x^2 + 3x - 5$ ne sont pas des expressions du premier degré

Selon les cas, on met sous forme de produit, de quotient de facteurs du premier degré,

ou, les règles usuelles permettent de donner le signe,

ou l'étude des variations d'une fonction et la connaissance de certaines valeurs permettent de conclure.

Signe de (3/x) – 4

On peut mettre sous la forme : $\dfrac{3}{x} - 4 = \dfrac{3-4x}{x}$ et faire un tableau de signes

x	$-\infty$		0			$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$3 - 4x$		$+$	‖		$+$	0	$-$	
x		$-$	‖		$+$		$+$	
$\frac{3-4x}{x}$		$-$	‖		$+$	0	$-$	

Signe de (x+1)/x + 8

On peut mettre $\frac{x+1}{x}+8$ sous la forme $\frac{9x+1}{x}$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{9}$		0		$+\infty$
$9x + 1$		$-$	0	$+$	‖	$+$	
x		$-$		$-$	‖	$+$	
$\frac{9x+1}{x}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

Signe de (x+1)/(x+8)

Faire un tableau de signes

x	$-\infty$		-8		-1		$+\infty$
$x + 1$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$x + 8$		$-$	‖	$+$		$+$	
$\frac{x+1}{x+8}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

Signe de √(5 x) – √2

On sait que la fonction $x \mapsto \sqrt{5x} - \sqrt{2}$ est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$,

il suffit donc de résoudre : $\sqrt{5x} - \sqrt{2} = 0$ sur $[0 ; +\infty[$

$\sqrt{5x} - \sqrt{2} = 0$ si et seulement si $\sqrt{5x} = \sqrt{2}$

ce qui implique $5x = 2$ (avec $x \geqslant 0$), soit : $x = \frac{2}{5}$

x	0		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$f : x \mapsto \sqrt{5x} - \sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	
Signe $\sqrt{5x} - \sqrt{2}$		$-$	0	$+$	

Signe de (x + 3)(1 – x)(x + 4)

Signe d'un produit de trois facteurs du premier degré

x	$-\infty$		-4		-3		1		$+\infty$
$x + 3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$1 - x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$x + 4$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
produit		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Signe de 2x² + 3x – 5

Voir second degré :

soit on factorise en facteurs du premier degré,

soit on applique les règles vues lors de l'étude du second degré

$2x^2 + 3x - 5$ calcul de Δ discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 49 = 7^2$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-7}{2\times 2} = -\frac{5}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+7}{2\times 2} = 1$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 2\left(x + \frac{5}{2}\right)(x - 1)$$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		1		$+\infty$
2		$+$		$+$		$+$	
$x + \frac{5}{2}$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 1$		$-$		$-$	0	$+$	
produit		$+$	0	$-$	0	$+$	