Petite synthèse: fonction exponentielle et fonction logarithme népérien

	Fonction exponentielle	Fonction logarithme népérien
fonction définie **SUR**	$\mathbb{R}$	$]0; +\infty[$
à valeurs **DANS**	$]0; +\infty[$	$\mathbb{R}$
PAR	$x \mapsto e^x$	$x \mapsto \ln x$
Fonction dérivée	$x \mapsto e^x$	$x \mapsto \dfrac{1}{x}$
	u dérivable sur I, $(e^u)' = u'\ e^u$	u dérivable strictement positive sur I, $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$
Variation	fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$	fonction strictement croissante sur $]0; +\infty[$
Limites aux bornes	$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$	$\lim\limits_{x\to 0} \ln x = -\infty$
	$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty.$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty.$
Approximation affine et limite du taux d'accroissement en ...	en 0, $e^h \approx 1 + h$	en 1, $\ln(1 + h) \approx h$
	$\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{e^h - 1}{h} = 1$	$\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\ln(1+h)}{h} = 1$
Autres limites Croissances comparées	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$
	$\lim\limits_{x\to-\infty} x\,e^x = 0$	$\lim\limits_{x\to 0} x \ln x = 0$
réciprocité	Pour tout x réel, $\ln e^x = x$	
	Pour tout $x > 0$, $e^{\ln x} = x$	
Autres fonctions	$a > 0$, $x \mapsto a^x$ On étudie: $x \mapsto (\ln a)x \mapsto e^{(\ln a x)}$ Deux cas: $0 < a < 1$, $\ln a < 0$, donc, ... $a > 1$, $\ln a > 0$, donc, ...	$a > 0$, $y = a^x \Leftrightarrow \log_a y = x$ Comme $\ln y = x \ln a$, $x = \dfrac{\ln y}{\ln a}$ $\log_a y = \dfrac{\ln y}{\ln a}$

Algèbre		
Propriété fondamentale	Pour tout a et tout b réels, $e^{a+b} = e^a \times e^b$	Pour tout a et tout b **strictement positifs,** $\ln(a\times b) = \ln a + \ln b$
	L'image d'une somme par la fonction exp est le produit des images	
	L'image d'un produit par la fonction ln est la somme des images	

"La différence entre le mot juste et un mot presque juste est la même qu'entre l'éclair et la luciole." ***Mark Twain***

Petite synthèse: fonction exponentielle et fonction logarithme népérien

<table>
<tr><td rowspan="5">Autres propriétés</td><td colspan="2">$e^0 = 1$</td><td colspan="2">$\ln 1 = 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$e^1 = e$</td><td colspan="2">$\ln e = 1$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$(e^x)^2 = e^{2x}$</td><td colspan="2">$x > 0$, $\ln(x^2) = 2 \ln x$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$</td><td colspan="2">$x > 0$, $\ln \dfrac{1}{x} = -\ln x$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$(e^a)^b = e^{ab}$</td><td colspan="2">$a > 0$, $\ln(a^b) = b \ln a$</td></tr>
<tr><td>Puissances</td><td colspan="4">$a > 0,\ a^b = e^{b \ln a}$</td></tr>
<tr><td>Équations</td><td colspan="2">$k > 0$,
$e^x = k$ a pour solution unique $\ln k$</td><td colspan="2">Pour tout réel k,
$\ln x = k$ a pour solution unique e^k</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Inéquations</td><td rowspan="2">$k > 0$,</td><td>$e^x > k$ a pour ensemble solution $]\ln k; +\infty[$</td><td rowspan="2">k réel</td><td>$\ln x > k$ a pour ensemble solution $]\, e^k ; +\infty[$</td></tr>
<tr><td>$e^x < k$ a pour ensemble solution $]-\infty; \ln k[$</td><td>$\ln x < k$ a pour ensemble solution $]0;\ e^k\,[$</td></tr>
</table>

$$\begin{array}{cccc}
 & \mathbb{R} & \overset{\longrightarrow}{\longleftarrow} & \mathbb{R}^{+*} \\
 & a & \longrightarrow & e^a \\
 & \ln A & \longleftarrow & A \\
 & b & \longrightarrow & e^b \\
 & \ln B & \longleftarrow & B \\
+ & & & \times \\
 & a+b & \longrightarrow & e^{a+b} = e^a \times e^b \\
 & \ln A + \ln B & \longleftarrow & AB
\end{array}$$