

Index

I- Quand peut-on faire un tableau de signes?.....	1
II- Pourquoi faire un tableau de signes?.....	1
III- Comment faire un tableau de signes?.....	1
IV- Exemples.....	1
IV-1- Un tableau est inutile.....	1
IV-2- Produit (ou quotient) de facteurs.....	2
IV-2- 1) Tableau de signes du produit $(x + 1)(2x - 5)$	2
IV-2- 2) Tableau de signes du quotient $(x + 1)/(2x - 5)$	2
IV-2- 3) Signe de $(-3x + 4)(x - 8)$	2
IV-2- 4) signe de $-5(x + 1)(3x - 1)$	2
IV-2- 5) Signe de $(x + 7)(2x - 1)/(4 - 3x)$	3
IV-2- 6) Signe de $(x + 2)(2x^2 - 3x - 5)$	3
IV-3- Inéquations.....	3
IV-3- 1) Résoudre $(x + 1)(2x - 5) < 0$	3
IV-3- 2) Résoudre $(x + 2)(2x^2 - 3x - 5) \geq 0$	3
IV-3- 3) Résoudre $(x + 1)(x - 8) > (4x - 3)(x - 8)$	4
IV-3- 4- Résoudre l'inéquation $-x \leq (x^2 - 17x + 7)/(4 - 3x)$	4

I- Quand peut-on faire un tableau de signes?

L'expression étudiée est un produit (ou quotient) de plusieurs facteurs.

II- Pourquoi faire un tableau de signes?

Il est nécessaire de connaître le signe de l'expression

- pour résoudre des inéquations, c'est-à-dire:

(Expression ≥ 0) ou (Expression > 0) ou (Expression ≤ 0) ou (Expression < 0)

- pour étudier le signe d'une dérivée lors de la recherche des variations de fonctions

III- Comment faire un tableau de signes?

On repère chacun des facteurs.

- La première ligne permet d'écrire les intervalles sur lesquels l'expression aura un signe déterminé.

- Les lignes suivantes donnent les signes de chaque facteur, on place un signe (+) ou un signe (-) par intervalle.

- La dernière ligne est la ligne de conclusion en appliquant les règles des signes d'un produit.

IV- Exemples

IV-1- Un tableau est inutile

Certaines expressions ne nécessitent pas de tableaux de signes, car, on connaît leurs propriétés ...

L'expression $25 + (x - 2)^2$ est toujours strictement positive

$\frac{-1}{x^2 + 1}$ est une expression toujours strictement négative

IV-2- Produit (ou quotient) de facteurs**IV-2- 1) Tableau de signes du produit $(x + 1)(2x - 5)$**

Les facteurs $(x + 1)$ et $(2x - 5)$ sont du premier degré.

Ils s'annulent en changeant de signes (voir le chapitre sur le premier degré (fonction affine))

x	$-\infty$	-1	$5/2$	$+\infty$	
$x + 1$	-	0	+	+	
$2x - 5$	-	-	0	+	
$(x + 1)(2x - 5)$	+	0	-	0	+

Voir l'exploitation du tableau au [§-IV-3-1](#)

IV-2- 2) Tableau de signes du quotient $(x + 1)/(2x - 5)$

L'expression est un quotient. La valeur $\frac{5}{2}$ est exclue.

L'étude est identique à la précédente ensuite.

x	$-\infty$	-1	$5/2$	$+\infty$	
$x + 1$	-	0	+		+
$2x - 5$	-	-		+	+
$\frac{x + 1}{2x - 5}$	+	0	-		+

IV-2- 3) Signe de $(-3x + 4)(x - 8)$

Voir 1)

x	$-\infty$	$4/3$	8	$+\infty$	
$-3x + 4$	+	0	-	-	
$x - 8$	-	-	0	+	
$(-3x + 4)(x - 8)$	-	0	+	0	-

Voir l'exploitation du tableau au [§-IV-3-3](#)

IV-2- 4) signe de $-5(x + 1)(3x - 1)$

Ne pas oublier le facteur -5

Voir 1)

x	$-\infty$	-1	$1/3$	$+\infty$	
-5	-	-	-	-	
$x + 1$	-	0	+	-	
$3x - 1$	-	-	0	+	
$-5(x + 1)(3x - 1)$	-	0	+	0	-

IV-2- 5) Signe de $(x + 7)(2x - 1)/(4 - 3x)$

L'expression est un quotient. La valeur $\frac{4}{3}$ est exclue.

x	$-\infty$	-7	$1/2$	$4/3$	$+\infty$		
$x + 7$	-	0	+	+	+		
$2x - 1$	-	-	0	+	+		
$4 - 3x$	+	+	+	+	-		
$\frac{(x+7)(2x-1)}{4-3x}$	+	0	-	0	+		-

Voir l'exploitation du tableau au [§-IV-3-4](#)

IV-2- 6) Signe de $(x + 2)(2x^2 - 3x - 5)$

Le deuxième facteur $2x^2 - 3x - 5$ est du second degré (voir le chapitre sur le second degré)

La recherche des racines donne deux racines -1 et $\frac{5}{2}$

Soit on factorise grâce à la connaissance de ces racines: $2x^2 - 3x - 5 = 2(x + 1)(x - \frac{5}{2}) = (x + 1)(2x - 5)$

Soit on applique les connaissances sur le second degré. le coefficient 2 de x^2 est positif (parabole tournée vers le " haut ") ...

x	$-\infty$	-2	-1	$5/2$	$+\infty$		
$x + 2$	-	0	+	+	+		
$2x^2 - 3x - 5$	+	+	0	-	0	+	
$(x + 2)(2x^2 - 3x - 5)$	-	0	+	0	-	0	+

Voir l'exploitation du tableau au [§-IV -3-2](#)

IV-3- Inéquations**IV-3- 1) Résoudre $(x + 1)(2x - 5) < 0$**

Dans le tableau du [IV-2-1](#), on lit que l'expression $(x + 1)(2x - 5)$ est strictement négative si et seulement si le réel x appartient à l'intervalle ouvert $]-1; \frac{5}{2}[$

L'ensemble solution de l'inéquation $(x + 1)(2x - 5) < 0$ est $S =]-1; \frac{5}{2}[$

IV-3- 2) Résoudre $(x + 2)(2x^2 - 3x - 5) \geq 0$

Dans le tableau du [IV-2-6](#), on lit que l'expression $(x + 2)(2x^2 - 3x - 5)$ est positive ou nulle si et seulement si le réel x appartient à la réunion d'intervalles $[-2; -1] \cup [\frac{5}{2}; +\infty[$

L'ensemble solution de l'inéquation $(x + 2)(2x^2 - 3x - 5) \geq 0$ est $S = [-2; -1] \cup [\frac{5}{2}; +\infty[$

IV-3- 3) Résoudre $(x + 1)(x - 8) > (4x - 3)(x - 8)$

Soit l'inéquation $(x + 1)(x - 8) > (4x - 3)(x - 8)$

On compare à 0 ...

$(x + 1)(x - 8) > (4x - 3)(x - 8)$ si et seulement si $(x + 1)(x - 8) - (4x - 3)(x - 8) > 0$

On factorise ...

$(x + 1)(x - 8) - (4x - 3)(x - 8) > 0$ si et seulement si $(x - 8)(x + 1 - (4x - 3)) > 0$

Finalement: $(x + 1)(x - 8) > (4x - 3)(x - 8)$ si et seulement si $(x - 8)(-3x + 4) > 0$

Dans le tableau du [IV-2-3](#), on lit que l'expression $(x - 8)(-3x + 4)$ est strictement positive si et seulement si le réel x appartient à l'intervalle ouvert $] \frac{4}{3} ; 8[$

L'ensemble solution de l'inéquation $(x + 1)(x - 8) > (4x - 3)(x - 8)$ est $S =] \frac{4}{3} ; 8[$

IV- 3- 4- Résoudre l'inéquation $-x \leq (x^2 - 17x + 7)/(4 - 3x)$

Soit l'inéquation $-x \leq \frac{x^2 - 17x + 7}{4 - 3x}$

La valeur $\frac{4}{3}$ est exclue

On compare à 0 ...

$-x \leq \frac{x^2 - 17x + 7}{4 - 3x}$ si et seulement si $-x - \frac{x^2 - 17x + 7}{4 - 3x} \leq 0$

On met au m^eme dénominateur:

$-x - \frac{x^2 - 17x + 7}{4 - 3x} \leq 0$ si et seulement si $\frac{-x(4 - 3x) - (x^2 - 17x + 7)}{4 - 3x} \leq 0$

On développe et/ou on factorise ...

$\frac{-x(4 - 3x) - (x^2 - 17x + 7)}{4 - 3x} \leq 0$ si et seulement si $\frac{-4x + 3x^2 - x^2 + 17x - 7}{4 - 3x} \leq 0$

Le numérateur $2x^2 + 13x - 7$ est du second degré. La recherche des racines (on trouve $\frac{1}{2}$ et -7) mène à la factorisation:

$$2x^2 + 13x - 7 = 2(x - \frac{1}{2})(x + 7) = (2x - 1)(x + 7)$$

Finalement: $-x \leq \frac{x^2 - 17x + 7}{4 - 3x}$ si et seulement si $\frac{(x + 7)(2x - 1)}{4 - 3x} \leq 0$

Dans le tableau du [IV-2-5](#), on lit que l'expression $\frac{(x + 7)(2x - 1)}{4 - 3x}$ est négative ou nulle si et seulement si le réel x appartient à la réunion d'intervalles $]-\infty; -7] \cup \left[\frac{1}{2}; \frac{4}{3} \right[$

L'ensemble solution de l'inéquation $-x \leq \frac{x^2 - 17x + 7}{4 - 3x}$ est $S =]-\infty; -7] \cup \left[\frac{1}{2}; \frac{4}{3} \right[$