

Index

27 page 145 (commencer par factoriser ...)	1
37 page 145	2
98 page 75	3
98 page 75	3

27 page 145 (commencer par factoriser ...)

Méthode:

Pour chaque expression présentée sous forme de somme, il est **nécessaire de factoriser** pour faire un tableau de signes.

a) $x^2 - 2x = x(x - 2)$ x est un **facteur commun** aux deux termes x^2 et $-2x$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
x	-	0	+	+	
$x - 2$	-	-	0	+	
$x(x - 2)$	+	0	-	0	+

Conclusion:

$x^2 - 2x = 0$ si et seulement si $x = 0$ ou $x = 2$

$x^2 - 2x < 0$ si et seulement si $x \in]0; 2[$

$x^2 - 2x > 0$ si et seulement si $x \in]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$

b) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ (On **reconnaît le développement du carré** d'une somme ou d'une différence)

Un carré est toujours positif ou nul.

c) $25 - 4x^2 = (5 + 2x)(5 - 2x)$ (On **reconnaît la différence de deux carrés**)

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
$5 + 2x$	-	0	+	+	
$5 - 2x$	+	+	0	-	
$(5 + 2x)(5 - 2x)$	-	0	+	0	-

Conclusion:

$25 - 4x^2 = 0$ si et seulement si $x = -\frac{5}{2}$ ou $x = \frac{5}{2}$

$$25 - 4x^2 < 0 \text{ si et seulement si } x \in]-\infty; -\frac{5}{2}[\cup]\frac{5}{2}; +\infty[$$

$$25 - 4x^2 > 0 \text{ si et seulement si } x \in]-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}[$$

d) $x(x+1) - (x+1) = (x+1)(x-1)$ $x+1$ est un **facteur commun** aux deux termes $x(x+1)$ et $-1(x+1)$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$x+1$		-	0	+	+	
$x-1$		-		-	0	+
$(x+1)(x-1)$		+	0	-	0	+

Conclusion:

$$x(x+1) - (x+1) = 0 \text{ si et seulement si } x = -1 \text{ ou } x = 1$$

$$x(x+1) - (x+1) < 0 \text{ si et seulement si } x \in]-1; 1[$$

$$x(x+1) - (x+1) > 0 \text{ si et seulement si } x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$$

37 page 145

$$\text{a) } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{1 \times (x+1) + 1 \times x}{x(x+1)} = \frac{2x+1}{x(x+1)}$$

0 et -1 sont exclus car on ne peut pas diviser par 0

x	$-\infty$	-1		$-\frac{1}{2}$		0	$+\infty$
$2x+1$	-		-	0	+		+
x	-		-	:	-		+
$x+1$	-		+	:	+		+
$\frac{2x+1}{x(x+1)}$	-		+	0	-		+

$$\text{b) } 5 + \frac{1}{x+1} = \frac{5(x+1)+1}{x+1} = \frac{5x+6}{x+1}$$

-1 est exclu car on ne peut pas diviser par 0

x	$-\infty$	$-\frac{6}{5}$		-1	$+\infty$
$5x+6$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	\vdots	$-$	
$\frac{5x+6}{x+1}$		$+$	0	$-$	

$$c) 2 - \frac{x-1}{x} = \frac{2x - (x-1)}{x} = \frac{x+1}{x}$$

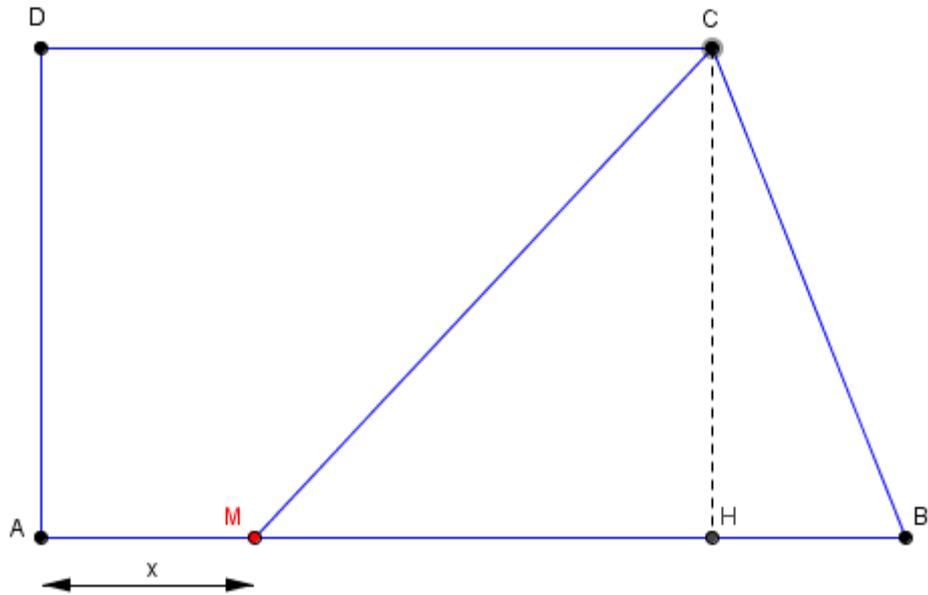
0 est exclu car on ne peut pas diviser par 0

x	$-\infty$	-1		0	$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	
x		$-$	\vdots	$-$	
$\frac{x+1}{x}$		$+$	0	$-$	

98 page 75

98 page 75

Données : ABCD est un trapèze rectangle en A et D, et M un point du segment [AB].

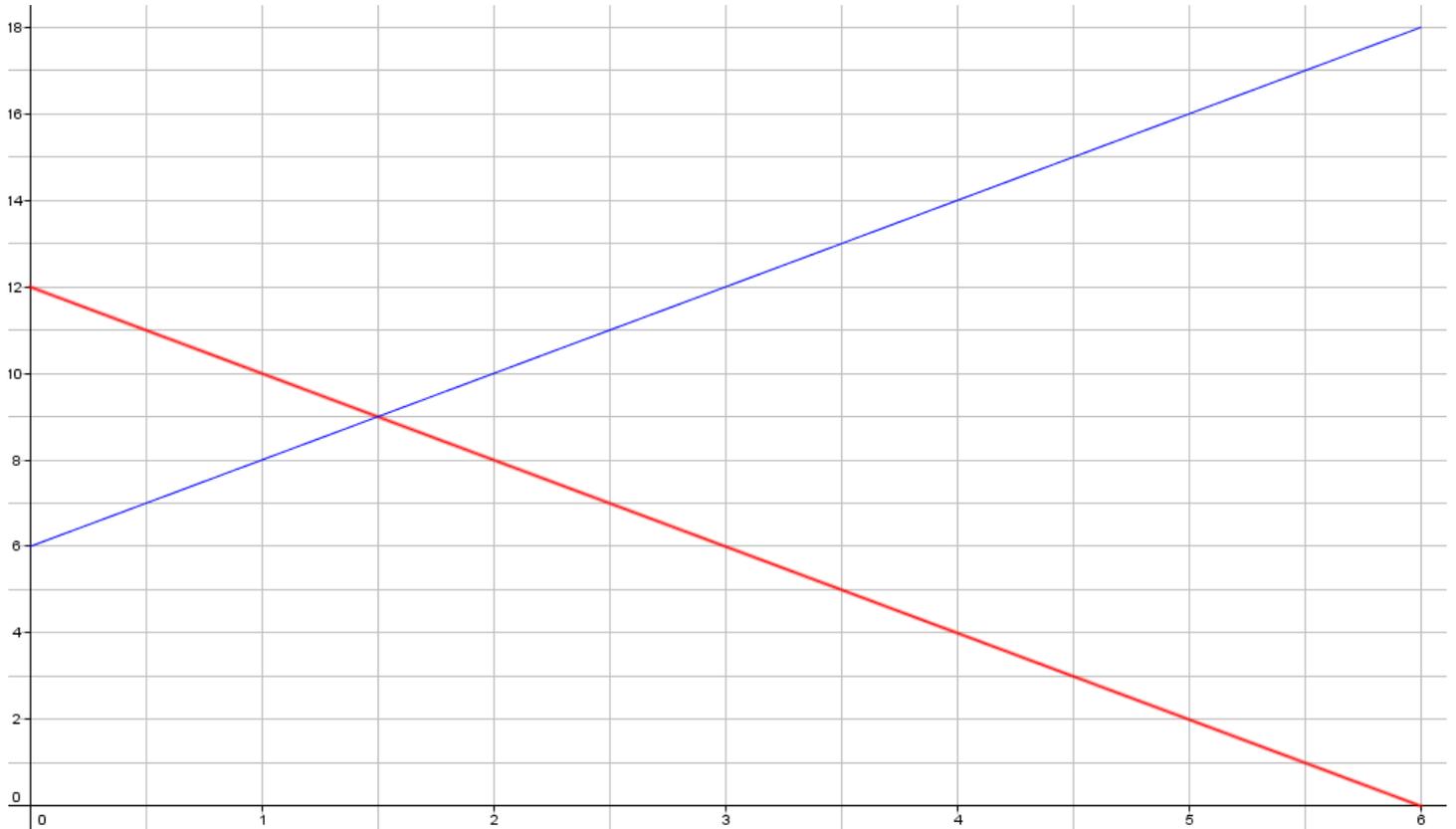


On pose $AM = x$

$f(x)$ est l'aire du triangle MCB

$g(x)$ est l'aire du trapèze AMCD

les fonctions f et g sont représentées sur le graphique suivant :



Les lectures graphiques :

Par construction du point M, l'aire $f(x)$ et x sont d'ordre inverse, et l'aire $g(x)$ et x sont dans le même ordre.

La fonction f est décroissante, elle est donc représentée par le segment rouge sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

La fonction g est croissante, elle est donc représentée par le segment bleu sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

On a donc : $x \in [0 ; 6], f(0) = 12, f(6) = 0, g(0) = 6, g(6) = 18, f(1,5) = g(1,5) = 9$.

(On peut lire d'autres valeurs, mais elles ne sont pas utiles pour trouver les dimensions du trapèze).

Les calculs :

$$\text{L'aire du triangle MCB} : f(x) = \frac{MB \times CH}{2} = \frac{(AB-x) \times AD}{2}.$$

$$\text{L'aire du trapèze AMCD} : g(x) = \frac{(AM+DC) \times AD}{2} = \frac{(x+DC) \times AD}{2}.$$

$$\text{Comme } f(0) = 12, \text{ on a : } \frac{AB \times AD}{2} = 12, \text{ soit : } AB \times AD = 24.$$

$$\text{et } f(6) = 0, \text{ on a : } \frac{(AB-6) \times AD}{2} = 0, \text{ donc, } AB = 6.$$

$$\text{On en déduit : } AD = \frac{24}{6} = 4.$$

$$\text{Comme } g(0) = 6, \text{ on a : } \frac{DC \times AD}{2} = 6, \text{ soit : } DC = \frac{6 \times 2}{4} \text{ puisque } AD = 4. \quad DC = 3.$$

Pour calculer BC, on applique le théorème de Pythagore dans le triangle CBH rectangle en H.

$$CB^2 = BH^2 + CH^2. \quad \text{Or, } BH = AB - DC = 6 - 3 = 3, \text{ et, } CH = AD = 4.$$

$$CB^2 = 3^2 + 4^2 = 25. \quad CB = 5.$$

Compléments :

$$\text{La fonction } f \text{ est : } x \mapsto f(x) = \frac{(6-x) \times 4}{2} = -2x + 12 \text{ définie sur } [0 ; 6].$$

$$\text{La fonction } g \text{ est : } x \mapsto g(x) = \frac{(x+3) \times 4}{2} = 2x + 6 \text{ définie sur } [0 ; 6].$$

$$\text{On peut vérifier : } f(1,5) = g(1,5) = 9$$

Quand $AM = 1,5$, la droite (CM) partage le trapèze ABCD en deux figures d'aires égales