Exercice 1 Algorithme

Voici un algorithme.

Les commentaires (phrases commençant par //) ne font pas partie des calculs.

```
VARIABLES
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  P EST_DU_TYPE NOMBRE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  P PREND_LA_VALEUR 1
  //n est un entier naturel
  LIRE n
  POUR i ALLANT_DE 1 A n
    DEBUT_POUR
    //i est un entier.
    //La valeur de cette variable i est automatiquement augmentée de 1 à chaque boucle.
    P PREND_LA_VALEUR P*i
    FIN_POUR
  AFFICHER P
FIN_ALGORITHME
```

Résultats

```
***Algorithme lancé***
Entrer n : 5
120
***Algorithme terminé***
```

En réalisant cet algorithme pour $n = 5$, il donne comme résultat : 120

1) Compléter ce tableau et montrer que le résultat est bien 120.

Remarques	**Instructions**	***i* contient**	***n* contient**	***P* contient**
	Début	0	0	1
Demande d'entrer n	Lire n	0	5	1
On entre dans la boucle Premier passage	" pour … "	1	5	$1\times1 = 1$
Deuxième passage		2	5	$1\times2 = 2$
Troisième passage		3	5	$2\times3 = 6$
Quatrième passage		4	5	$6\times4 = 24$
Cinquième passage	Fin du " Pour "	5	5	$24\times5 =$ 120
	Afficher P			**120**

2) Quel sera le résultat affiché lorsque $n = 6$? On a alors : $120 \times 6 = 720$

3) Lorsqu'on entre un entier n, que donne de façon générale cet algorithme ?

Cet algorithme effectue le produit de tous les entiers consécutifs de 1 à n.

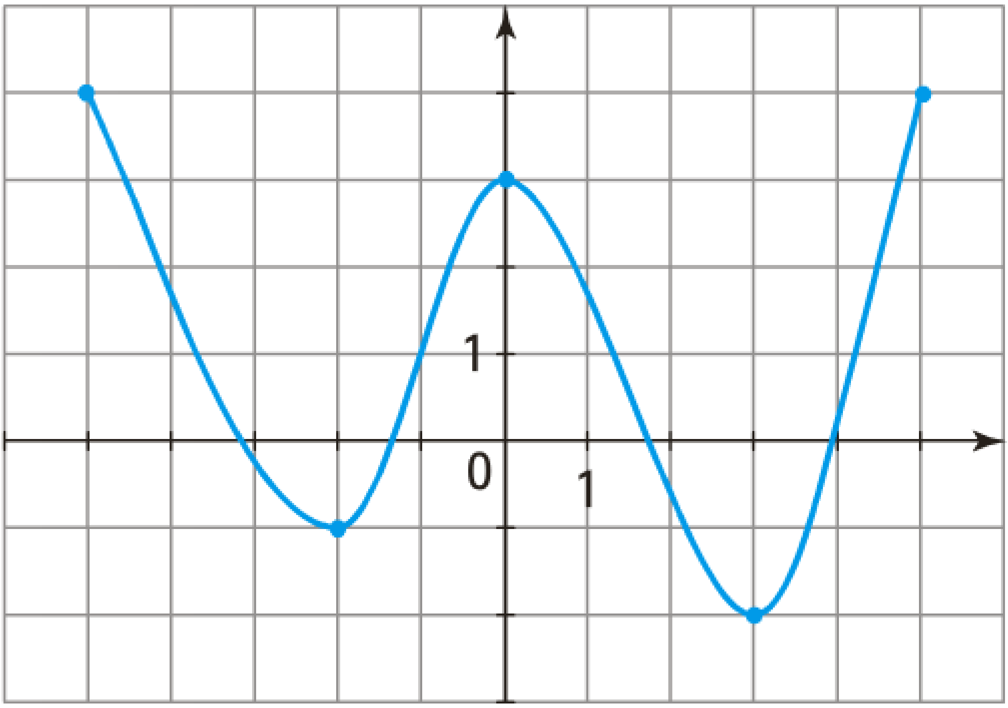
Pour $n = 5$, on a fait : $1\times2\times3\times4\times5$

Pour $n = 6$, on a fait : $1\times2\times3\times4\times5\times6$

Pour un entier naturel n, on aura le produit : $1\times2\times \ldots \times(n-1)\times n$, (*les pointillés représentant tous les entiers successifs* ….)

Exercice 2 **Fonctions et " logique "**

On considère une fonction *f* représentée par le graphique suivant :



1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

Ensemble de définition de *f* : $I = [-5 ; 5]$ *(On lit **l'ensemble** des abscisses des points de la courbe)*

2) a) Décrire à l'aide de phrases précises les variations de la fonction f.

f est strictement décroissante sur l'intervalle $[-5 ; -2]$ et sur l'intervalle $[0 ; 3]$.

f est strictement croissante sur l'intervalle $[-2 ; 0]$ et sur l'intervalle $[3 ; 5]$.

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

On doit retrouver dans le tableau :
- sur la première ligne, les antécédents (lus en abscisses) où la fonction change de variations,
- sur la deuxième ligne, leurs images (lues en ordonnées) et les " flèches " visualisant le sens de variation de la fonction

x	-5		-2		0		3		5
f	4	↘	-1	↗	3	↘	-2	↗	4

3) Voici une liste de propositions concernant la fonction f.

Répondre par Vrai ou Faux.

Proposition 1 : Si $x = -2$ alors $f(x) = -1$ VRAI (*On lit : –2 en abscisse …. et il est bien vrai que l'image de –2 est –1*)

Proposition 2 : Si $f(x) = -1$ alors $x = -2$ FAUX (*on a deux autres solutions : l'une entre 0 et 3, l'autre entre 3 et 5*)

Proposition 3 : Si $x = 3$ alors $f(x) = -2$ VRAI (*On lit : 3 en abscisse …. et il est bien vrai que l'image de 3 est –2*)

Proposition 4 : Si $f(x) = -2$ alors $x = 3$ VRAI (*3 est l'unique solution de l'équation f (x) = –2*)

Exercice 3

Voici le tableau de variations d'une fonction f.

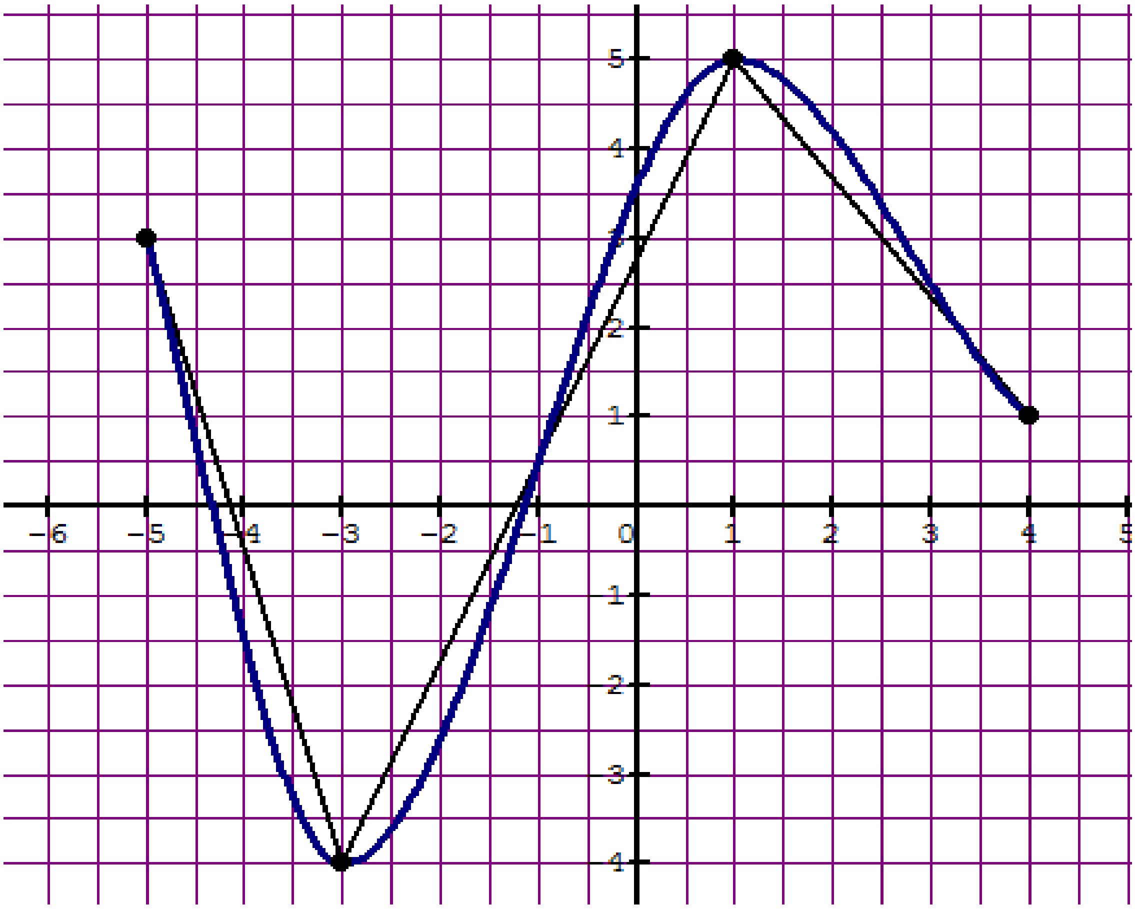
x	-5		-3		1		4
$f(x)$	3	↘	-4	↗	5	↘	1

1) Donner l'ensemble de définition de f.

Ensemble de définition de f : $I = [-5\ ;\ 4]$ (*On lit cet ensemble sur la première ligne*)

2) *Sur un même graphique, construire deux courbes susceptibles de représenter la fonction f.*

Toute courbe passant par les points de coordonnées $(-5\ ;\ 3)$, $(-3\ ;\ -4)$, $(1\ ;\ 5)$, $(4\ ;\ 1)$ et respectant le sens de variation de f est valable.



3) Compléter, lorsque c'est possible, par un symbole d'inégalité en <u>justifiant</u> votre choix.

a) $f(\pi) < f(2)$. **Preuve :** $\pi > 2$ et f est décroissante sur $[1\ ;\ 4]$, donc, l'ordre des images est l'inverse de l'ordre des antécédents.

b) $f(-3{,}5)$???? $f(0)$. **Preuve :** $-3{,}5 < -3 < 0$ f change de variations en -3.

c) $f(-1{,}4) < f(0{,}321)$. **Preuve :** $-1{,}4 < 0{,}321$ et f est croissante sur $[-3\ ;\ 1]$, donc, l'ordre des images est celui des antécédents.

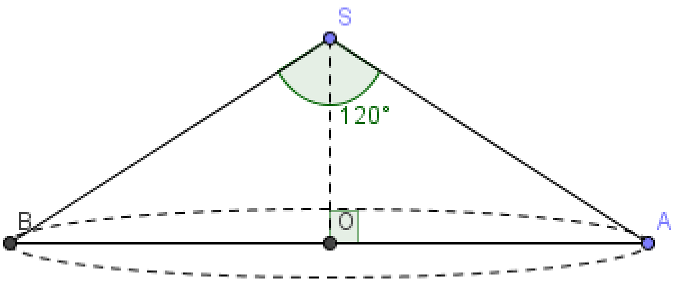
d) $f(2) \geqslant 1$ **Preuve :** 1 est le minimum de f sur l'intervalle [1 ; 4] ($f(4) = 1$)

x	-5	$-3{,}5$	-3	**-1,4**	**0**	**0,321**	1	**2**	**π**	4
$f(x)$	3	↘	-4	$f(-1{,}4)$		$f(0{,}321)$ ↗	5	$f(2)$	$f(\pi)$ ↘	1

Exercice 4

Sur cette figure représentant un cône, on sait que $\widehat{ASB} = 120°$, OS = 2.

Calculer la longueur AS, puis la longueur OA.



* Dans le triangle isocèle ASB en S, la hauteur (OS) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ASB}$.

** (OS) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ASB}$, d'où, $\widehat{OSA} = \dfrac{120}{2} = 60°$.

*** Dans le triangle OAS rectangle en O, on a : $\cos \widehat{OSA} = \dfrac{OA}{AS}$, d'où, $\dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{AS}$.

On en déduit : AS = $2 \times 2 = 4$

**** D'après le théorème de Pythagore : $OA^2 = AS^2 - OS^2 = 4^2 - 2^2 = 12$

$$OA = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}.$$

Remarques :

1) se souvenir du traitement des proportions …

C'est-à-dire, savoir (*automatisme*) lorsque a, b, c et d sont des nombres non nuls que

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ équivaut à $ad = bc$ équivaut à $d = \dfrac{bc}{a}$ etc.

2) Les autres lignes trigonométriques (sinus et tangente) sont utilisables … mais plus difficiles à utiliser ici.