Exercice 1 proportionnalité, pourcentages

Le tableau suivant est-il un tableau de proportionnalité ? **<u>Justifier votre réponse.</u>**

$\sqrt{5}-1$	4	$5-\sqrt{5}$
1	$\sqrt{5}+1$	$\sqrt{5}$

Ce tableau est un tableau de proportionnalité . …

Preuve :

Méthode : " Produit en croix "

$(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = 5-1 = 4$ et $1\times 4 = 4$

$(\sqrt{5}-1)\times\sqrt{5} = 5-\sqrt{5}$ et $1\times(5-\sqrt{5}) = 5-\sqrt{5}$

Autre méthode : " Recherche du coefficient de proportionnalité "

On peut aussi chercher à l'aide d'un coefficient multiplicateur

le plus simple est de remarquer qu'à la première colonne : 1 multiplié par $(\sqrt{5}-1)$ donne $(\sqrt{5}-1)$, ensuite : on pose les calculs $(\sqrt{5}+1)$ multiplié par $(\sqrt{5}-1)$, et $\sqrt{5}$ par $(\sqrt{5}-1)$: on retrouve les calculs précédents.

2) Le tableau suivant est-il un tableau de proportionnalité ? ***<u>Justifier votre réponse.</u>***

2	*4*	*6*
5	*7*	*9*

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité .

Preuve : $2\times 7 = 14$ et $5\times 4 = 20$ $14 \neq 20$

3) Lors des soldes, un objet qui était affiché à 140 € a été vendu 98 €. Quel est le pourcentage du rabais sur le prix affiché ?

Le montant du rabais est : 140 – 98 = 42€,

Pour 140 €, le rabais s'élève à 42 €,

Pour 1 €, le rabais s'élève à $\frac{42}{140}$ €,

et, pour 100 €, il s'élève à $\frac{42}{140}\times 100 = 30$ €.

Le pourcentage du rabais est de 30 %.

Autre méthode :

$\frac{98}{140} = 0{,}7 = \frac{70}{100}$.

On a payé 70 % du prix affiché, le rabais est donc de 30 %. $(1-0{,}7 = 0{,}3 = \frac{30}{100})$

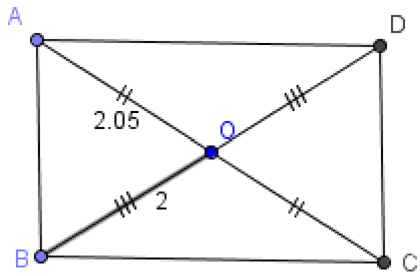
Exercice 2 logique

Soit un quadrilatère *ABCD*.

1) Compléter le tableau suivant dans lequel on donne l'implication (I), en écrivant la contraposée (C) de (I), la réciproque (R) de (I) et la contraposée (CR) de (R), et, en indiquant si elles sont vraies ou fausses (aucune justification n'est demandée) :

	Énoncé	Vrai-Faux
(I)	Si les diagonales [*AC*] et [*BD*] sont de même longueur alors le quadrilatère *ABCD* est un rectangle.	F
Commentaires : *il n'est pas suffisant d'avoir des diagonales de même longueur pour conclure que le quadrilatère est un rectangle. En revanche, la condition est nécessaire c'est pour cela que la réciproque est vraie.*		
(C)	Si le quadrilatère *ABCD* n'est pas un rectangle alors les diagonales [*AC*] et [*BD*] ne sont pas de même longueur.	F
Commentaires : *La contraposée de " Si (p) alors (q) " est " Si (non q) alors (non p). La contraposée d'une proposition et la proposition sont équivalentes (elles sont vraies en même temps et fausses en même temps. Ici : fausses)*		
(R)	Si le quadrilatère *ABCD* est un rectangle alors les diagonales [*AC*] et [*BD*] sont de même longueur.	V
Commentaires : *La réciproque de " Si (p) alors (q) " est " Si (q) alors (p).*		
(CR)	Si les diagonales [*AC*] et [*BD*] ne sont de même longueur alors le quadrilatère *ABCD* n'est pas un rectangle.	V

2) On donne la figure suivante avec les indications codées sur la figure.



ABCD est-il un rectangle ?

***ABCD* n'est pas un rectangle.**

Quelle proposition avez-vous utilisée pour donner votre réponse ? **La contraposée de la réciproque :**

les diagonales [*AC*] et [*BD*] étant de longueur différente le quadrilatère *ABCD* n'est pas un rectangle.

Commentaires : Pour démontrer on utilise une proposition vraie. On cherche à vérifier les conditions suffisantes.

Ici : $AC = 2\times2{,}05 = 4{,}1$ et $BD = 2\times2 = 4$

Comme $4{,}1 \neq 4$, la proposition (CR) s'applique.

Exercice 3 ***Analyser un énoncé et calculatrice et lecture graphique.***

A) Coût.

Dans une usine, le prix de revient d'un produit dépend de la quantité produite.

1) Pour x kg produit, le coût en euros de production en euros ***par unité*** *est donné par la relation suivante :*

$U(x) = \dfrac{1}{3}x^2 - 11x + 100 + \dfrac{72}{x}$ *où x appartient à l'intervalle [5 ; 30].*

(Par exemple : si l'usine produit 10 kg de ce produit, le coût de production d'un kg est

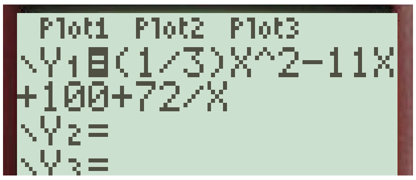
$U(10) = \dfrac{1}{3}\times10^2 - 11\times10 + 100 + \dfrac{72}{10} \approx 30{,}5$ *€ à* $\dfrac{1}{10}$ *près.)*

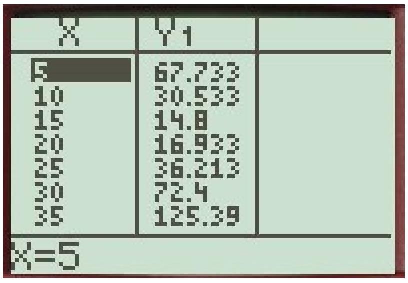
DS4 2°4 Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

NOM: …................... Prénom: …..10 décembre 2014

À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant en arrondissant le résultat au $\frac{1}{10}$.

x (kg)	5	10	15	20	30
$U(x)$ en €	67,7	30,5	14,8	16,9	72,4





2) On note C(x) le coût total de production de x kg de produit où x appartient à l'intervalle [5 ; 30].

Montrer que $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 11x^2 + 100x + 72$.

On sait que le coût d'une unité produite est donnée par $U(x)$.

Donc, pour x unités, on multiplie $U(x)$ par x.

Pour x kg de produit, $C(x) = U(x)\times x = (\frac{1}{3}x^2 - 11x + 100 + \frac{72}{x})\times x = \frac{1}{3}x^3 - 11x^2 + 100x + 72$.

B) Recette

Le prix de vente par l'usine du produit est estimé à 60 euros le kg.

R est la fonction modélisant la recette.

1) Expliquer pourquoi R(x) = 60x.

Puisque pour 1 kg, le prix de vente est de 60 €,

pour x kg de produit vendu, on a : $R(x) = 60\times x = 60x$.

(R est une fonction linéaire. 60 est le coefficient de proportionnalité).

2) Calculer R(5), R(10), et R(20).

$R(5) = 60\times 5 = 300$ €,

$R(10) = 600$ €,

$R(20) = 1\,200$ €

C) Bénéfice

Le bénéfice fait par l'usine est égale à B(x) = R(x) – C(x) *(Recette – Coût= Bénéfice)*

1 a) Lecture graphique.

Sur le graphique donné page 3, on a représenté la fonction C.

En utilisant les calculs faits au B2), représenter la fonction R sur ce même graphique.

On trace la droite passant par O(0, ; 0), A(5 ; 300) , B(10 ; 600) , …

b) *Pour quelle production l'usine réalise-t-elle un bénéfice ? (on donnera les valeurs approximatives avec la précision permise par le graphique).*

Le bénéfice est réalisé lorsque les recettes sont supérieures au coût.

On lit en abscisses, lorsque la droite est au-dessus de la courbe représentant *C*,

$x \in [5{,}8 ; 28{,}5]$ (toute valeur approchée proche de ces nombres est acceptable)

2) Calculatrice.

On peut prendre pour fenêtre graphique : Xmin = 5, Xmax = 30, Ymin = 0, Ymax= 900 et on peut utiliser la touche " trace ".

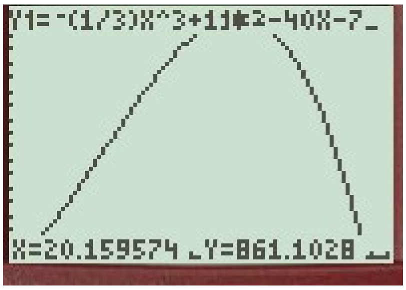
a) *Vérifier par le calcul que* $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72$.

Comme $B(x) = R(x) - C(x)$, on a :

$B(x) = 60x - (\frac{1}{3}x^3 - 11x^2 + 100x + 72) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72$.

b) *En utilisant la calculatrice, dresser le tableau de variations de la fonction B .*

On trouve sur la calculatrice une courbe de la forme suivante :



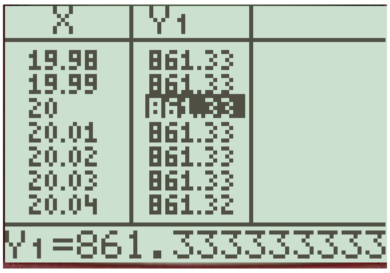
x	5		20		30
$B(x)$		↗	Max	↘	

Tableau de variations de la fonction *B* ci-dessus.

c) *déterminer la quantité produite pour laquelle l'usine peut espérer un bénéfice maximal.*

Que vaut alors ce bénéfice maximal.

Le bénéfice maximal est atteint lorsque $x = 20$ kg (toute valeur approchée proche de ce nombre est acceptable)



et, le bénéfice maximal vaut : 861 € environ