DS5 2°4 Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*
NOM: …................... Prénom: …..15 janvier 2015

Exercice 1 **équations, inéquations** **5 points**

1) Résoudre les équations suivantes d'inconnue le réel x,

a) $2(x + 5) = 3x - 1$

équivaut à $2x + 10 = 3x - 1$, d'où, $x = 11$ $\mathcal{S}_{1a} = \{11\}$

b) $\frac{2x+3}{3} = x + 2$

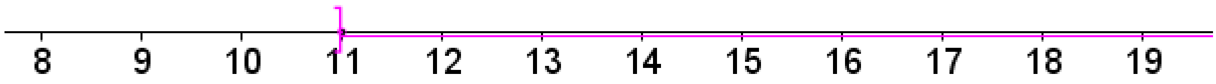
équivaut à $2x + 3 = 3(x + 2)$

équivaut à $2x + 3 = 3x + 6$, d'où, $x = -3$ $\mathcal{S}_{1b} = \{-3\}$

2) Résoudre les inéquations suivantes d'inconnue le réel x, (représenter l'ensemble solution sur une droite graduée)

a) $2(x + 5) < 3x - 1$

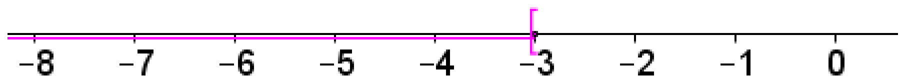
équivaut à $2x + 10 < 3x - 1$, d'où, $11 < x$ $\mathcal{S}_{2a} =]11 ; +\infty[$



b) $\frac{2x+3}{3} > x + 2$

équivaut à $2x + 3 > 3(x + 2)$

équivaut à $2x + 3 > 3x + 6$, d'où, $-3 > x$ $\mathcal{S}_{2b} =]-\infty ; -3[$



Exercice 2 ***fonction affine*** ***5 points***

1) f est une fonction affine telle que $f(-1) = -3$ et $f(1) = 2$

Déterminer l'écriture, pour tout x réel, de $f(x)$.

***f* étant une fonction affine**, on sait : $f(x) = ax + b$

$f(-1) = -3$ d'où : $-a + b = -3$ (1)

$f(1) = 2$ d'où : $a + b = 2$ (2)

Par somme de (1) et (2), il vient : $2b = -1$, donc, $b = -\frac{1}{2}$

Par différence de (2) et (1), il vient : $2a = 5$, donc, $a = \frac{5}{2}$

$f(x) = \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$.

2) Pour chacune des fonctions affines f suivantes,

* donner le tableau de variations de la fonction f,

** résoudre $f(x) = 0$,

*** puis, donner le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.

a) $f(x) = 2x + 1$

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ car le coefficient 2 de x est strictement positif.

$f(x) = 0$ si et seulement si $2x + 1 = 0$ si et seulement si $x = -\frac{1}{2}$

Si $x < -\dfrac{1}{2}$ alors $f(x) < 0$, si $x > -\dfrac{1}{2}$ alors $f(x) > 0$

b) $f(x) = -3x + 6$
f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ car le coefficient -3 de x est strictement négatif.
$f(x) = 0$ si et seulement si $-3x + 6 = 0$ si et seulement si $x = 2$
Si $x < 2$ alors $f(x) > 0$, si $x > 2$ alors $f(x) < 0$
vous pouvez résumer vos résultats dans ces deux tableaux.

x	$-\infty$		$\dfrac{-1}{2}$		$+\infty$
variation de $f : x \mapsto 2x + 1$			0		
signe de $(2x + 1)$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		**2**		$+\infty$
variation de $f : x \mapsto -3x + 6$			0		
signe de $(-3x + 6)$		$+$	0	$-$	

Exercice 3 ***Droites : Lecture graphique*** ***5 points***

Objectif et méthode :

Dans cet exercice, il s'agit de reconnaître la ***signification des coefficients*** (leur donner du sens) par une lecture graphique.

L'objectif est différent de l'exercice 3 où il s'agissait de déterminer par les calculs les coefficients : les deux exercices sont importants .... mais n'ont pas les m^mes objectifs lors du contrôle.

Dans $f(x) = ax + b$,

le coefficient a correspond au coefficient de proportionnalité des écarts (Dans le cours, il correspond à $a = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (Il n'y a pas trois " formules " mais une m^me formule traduite de différentes façons selon le contexte ....).

Dans la lecture graphique, à partir d'un point de la droite, on se déplace " horizontalement " pour lire Δx et " verticalement " pour lire Δy (et les rapports sont égaux d'après le théorème de Thalès), il permet de donner la direction.

le coefficient b est donnée par $f(0)$ .... c'est donc sur le graphique l'ordonnée du point de la droite lorsqu'elle coupe l'axe des ordonnées (à l'origine ...)

Correction :

Pour d_1 : le coefficient directeur est 2 (*visuellement* : *pour une unité horizontale, on monte de deux unités*)

l'ordonnée à l'origine est 1,

d'où, $f_1(x) = 2x + 1$

Pour d_2 : le coefficient directeur est –3 (*visuellement* : *pour une unité horizontale, on descend de trois unités*)

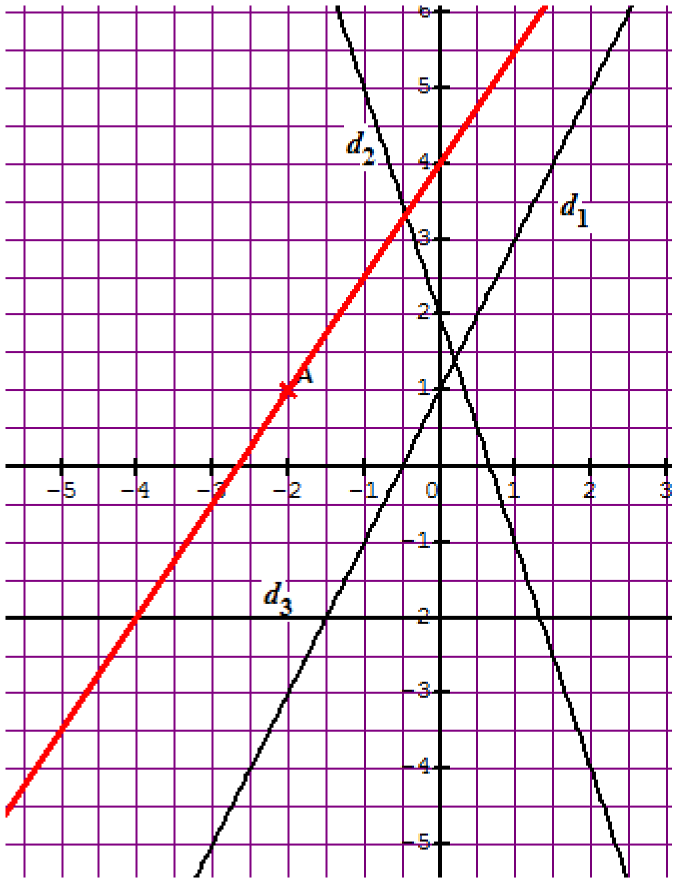
l'ordonnée à l'origine est 2,

d'où, $f_2(x) = -3x + 2$

Pour d_3 : le coefficient directeur est 0 (*visuellement* : *on représente une fonction constante : $\Delta y = 0$*)

l'ordonnée à l'origine est –2,

d'où, $f_3(x) = -2$



2) Sur ce même graphique, représenter la droite passant par le point

A(–2 ; 1) et de coefficient directeur $\frac{3}{2}$.

On place le point A, et, à partir de A, on se déplace de deux unités en abscisses et de trois unités en ordonnée ...

ou tout autre déplacement dont le rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{2}$.

Exercice 4 ***Inéquations et tableau de signes*** ***5 points***

1) Résoudre les deux inéquations d'inconnue x.

a) $-2x + 1 \geqslant 0$

$x \leqslant \frac{1}{2}$. S = $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$

b) $3x + 7 \geqslant 0$

$x \geqslant -\frac{7}{3}$. S = $\left[\frac{-7}{3};+\infty\right[$

2) a) Compléter le tableau suivant pour déterminer le signe de $(-2x + 1)(3x + 7)$.

x	$-\infty$		$\frac{-7}{3}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$-2x + 1$		+		+	0	–	
$3x + 7$		–	0	+		+	
$(-2x + 1)(3x + 7)$		**–**	**0**	**+**	**0**	**–**	

b) En déduire les solutions des inéquations suivantes :

$(-2x+1)(3x+7) \geqslant 0$

À la dernière ligne du tableau, on lit : S = $\left[\frac{-7}{3};\frac{1}{2}\right]$

$\frac{-2x+1}{3x+7} \geqslant 0$.

Comme, on ne peut pas diviser par 0, il faut exclure $\frac{-7}{3}$ de l'ensemble précédent, soit : S = $\left]\frac{-7}{3};\frac{1}{2}\right]$.